



ÁREA: MATEMATICAS			DOCENTE:	
ASIGNATURA: MATEMÁTICAS, GEOMETRÍA Y ESTADÍSTICA			ESTUDIANTE:	
GRADO: CICLO III	MÓDULO: 3	GUIA: 1	TIEMPO:	FECHA: ____ / ____ / ____

1. COMPETENCIA Y CRITERIOS:

COMPETENCIA	CRITERIOS
La formulación, el tratamiento y la resolución de problemas. La modelación La comunicación y razonamiento. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos Interpretación y representación. Formulación y ejecución. Argumentación	<ul style="list-style-type: none">• Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida• Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.• Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.• Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas.• Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.• Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.• Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.• Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.• Reconozco argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.• Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.• Uso modelos (diagramas de árbol, por ejemplo) para discutir y predecir posibilidad de ocurrencia de un evento.• Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad.• Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.



2. TITULO DE LA GUIA

LOS NÚMEROS RACIONALES, LOS SOLIDOS Y TÉCNICAS DE CONTEO

3. SITUACION PROBLEMA

¿CÓMO SE RELACIONA LA MÚSICA Y LOS RACIONALES?



Figura 1

Ver el siguiente video sobre la música y los racionales.
<https://www.youtube.com/watch?v=3RHDgGYUpmq>

Las fracciones, los decimales y porcentajes son utilizados en diferentes contextos, como por ejemplo en orfebrería, para catalogar la pureza de una piedra preciosa, en deportes, para marcar las diferencias de atletas en competencias de alto rendimiento y en la economía, para mostrar indicadores económicos.

En música, el pentagrama es la base sobre la que se escriben las notas musicales. La altura a la que se ubica una figura en el pentagrama indica la nota que se debe ejecutar (do, re, mi... etc.) y la figura en sí indica su duración. En la siguiente tabla, se muestra la duración de algunas notas musicales.

Nombre	Redonda	Blanca	Negra	Corchea	Semicorchea
Símbolo					
Duración	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Tabla 1

¿Qué duración tiene de más una blanca respecto a una corchea?

4. MEDIACION DEL CONOCIMIENTO Y DEL PROBLEMA

4.1 NUMEROS RACIONALES.

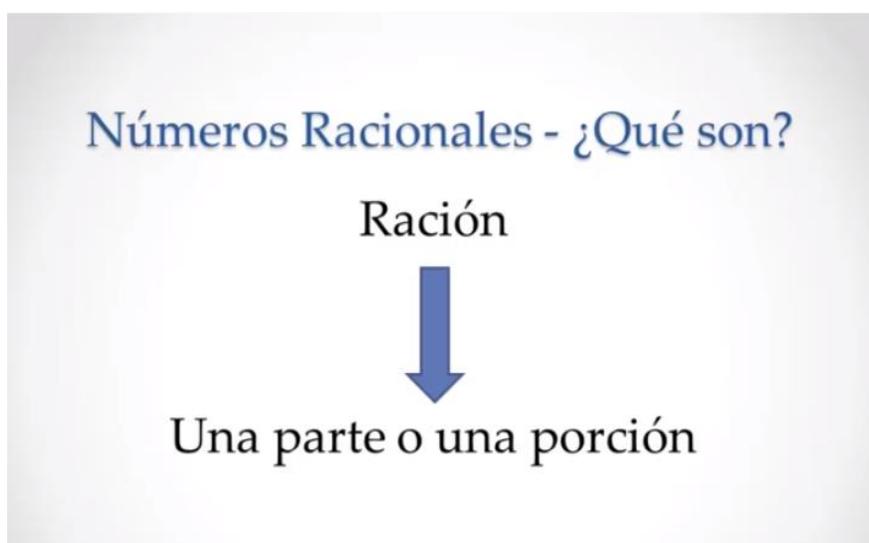


Figura 2

Ver el siguiente video sobre números racionales <https://www.youtube.com/watch?v=7RfP8OjRTAg>

Los números racionales son todos los números que se pueden escribir como una fracción, cuyo numerador y denominador son números enteros, donde el denominador debe ser siempre diferente a 0.

Entonces, como los números enteros se pueden expresar como fracción (el número entero dividido por uno), también son pertenecientes al conjunto de los números racionales.

$$\begin{aligned} a &= \text{numerador (dividendo)} & \frac{a}{b} \\ b &= \text{denominador (divisor)} & \end{aligned}$$

$$a = \frac{a}{1}$$

EJEMPLO:

$$17 = \frac{17}{1} \qquad -6 = \frac{-6}{1}$$

El conjunto de los números racionales es representado por \mathbb{Q}

Lo explicado anteriormente se resume en:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \wedge b \in \mathbb{Z} \wedge b \neq 0 \right\}$$

Lo cual se lee: \mathbb{Q} es igual a, a dividido por b tal que a y b pertenece a \mathbb{Z} y b es distinto a 0 .

Nota: En el conjunto de los números racionales están contenidos los enteros, fracciones y decimales positivos y negativos, excepto los decimales infinitos no periódicos, estos pertenecen al conjunto de números irracionales.



Gráfico 1



EJEMPLO: Los siguientes números pertenecen a los

$$\frac{2}{5} ; 0,75 ; -3,11 ; -5\frac{2}{7} ; -9 ; 6$$

Entre las propiedades del conjunto de números racionales encontramos...

↳ **Cardinalidad:** Tiene infinita cantidad de elementos

↳ **Orden:** No tiene un primer ni un último elemento

↳ **Densidad:** Entre dos números racionales existe una infinita cantidad de números racionales.

↳ **Completez:** Ningún número racional que no sea entero tienen sucesor ni antecesor.

4.1.1 CLASIFICACIÓN DE RACIONALES

Los números racionales se clasifican de la siguiente manera:

RACIONALES POSITIVOS: Los números racionales son positivos cuando el numerador y el denominador tienen el mismo signo

EJEMPLO: $\frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$

RACIONALES NEGATIVOS: Los números racionales son negativos cuando el numerador y el denominador tienen signos diferentes.

EJEMPLO: $\frac{5}{-4} = \frac{-5}{4} = -\frac{5}{4}$

RACIONAL NULO: El número racional nulo tiene el numerador igual a cero.

EJEMPLO: $\frac{0}{-4} = \frac{0}{7} = \frac{0}{4} = 0$

RACIONAL ENTERO: El racional entero tiene el denominador igual a 1 o el numerador es múltiplo del denominador.

EJEMPLO: $\frac{-15}{1} = -15, \frac{21}{7} = 3$

4.1.2 LOS NÚMEROS RACIONALES EN SU FORMA FRACCIONARIA

Las fracciones son expresiones numéricas que se usan para representar las partes iguales en las que se puede dividir una unidad.

Una **FRACCIÓN** es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números naturales y $b \neq 0$.

4.1.2.1 ELEMENTOS DE UNA FRACCIÓN:

La letra b se denomina el **denominador**, y representa las partes iguales en las cuales se divide la unidad o el todo o la cantidad total de objetos que conforman el todo.

La letra a se denomina el **numerador**, e indica la cantidad de partes de la unidad o del todo que se consideran.

La línea que separa al numerador del denominador recibe el nombre de **vínculo**.

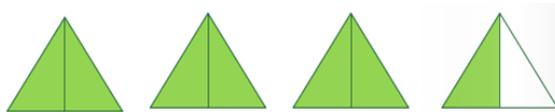


EJEMPLO:

12/24



Figura 3



7/2

Figura 4

4.1.2.2 SIGNIFICADO DE LAS FRACCIONES

FRACCIÓN COMO PARTICIÓN EN PARTES IGUALES: En la que una unidad o un todo que puede contener uno o más objetos se divide equitativamente y se toman algunas de esas partes.

Las siguientes imágenes muestran fracciones con este significado.

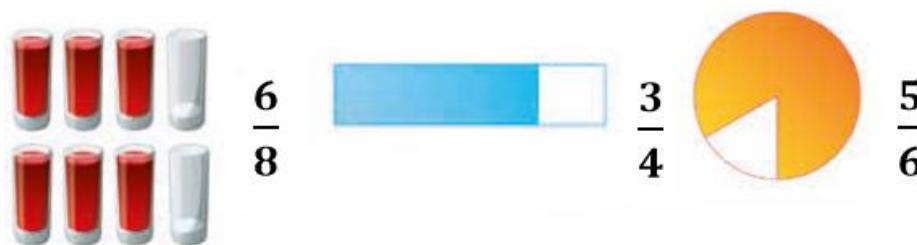


Figura 5

FRACCIÓN COMO RAZÓN: Para representar la relación de dos cantidades que tiene una característica común. Por ejemplo, cuando compras diez jugos y tres de ellos son de mango se representa como 3/10 y se lee 3 de 10.

En estas imágenes se ve reflejado este significado de las fracciones.



Dos de los tres animales no son gatos



Uno de los 8 frascos está lleno



Una de tres manzanas es amarilla

Figura 6

FRACCIÓN COMO COCIENTE: El numerador de la fracción representa al dividendo y el denominador representa al divisor. Por ejemplo, dos postres repartidos equitativamente entre cinco personas se puede expresar como división así: 2 ÷ 5 y como fracción: 2/5

FRACCIÓN COMO OPERADOR: Es decir, cuando se utiliza una fracción para referirse a una parte de cierta cantidad. Por ejemplo, si una persona compró un libro de 350 páginas y ha leído 3/5 de este, ¿cuántas páginas ha leído?

Para calcular la cantidad de páginas leídas se multiplica el numerador de la fracción por el número y el resultado se divide entre el denominador de la fracción.

3/5 de 350 = 3/5 x 350 = (3 x 350) ÷ 5 = 1050 ÷ 5 = 210

4.1.2.3 ACTIVIDAD PERSONAL 1

- 1. Completa la información de la tabla.



Figura	Cantidad de partes en que se divide	Cantidad de partes coloreadas	Fracción	Se lee

Tabla 2

- Escribe frente a cada situación qué interpretación tiene cada fracción.
 - Mariana compró una pizza y repartió $\frac{5}{8}$
 - La encuesta concluye que la relación entre personas y líneas telefónicas en Colombia es $\frac{3}{5}$
 - De los 500 televisores que vende un almacén, $\frac{1}{10}$ son de 42 pulgadas.
 - Se reparten 27 libros entre 9 personas.
- Para elaborar una torta se utilizan 6 duraznos que corresponden a los $\frac{2}{5}$ de la cantidad total de duraznos que lleva la torta. ¿Cuántos duraznos se deben comprar?
- Juan compra una caja de 320 pelotas, de las cuales $\frac{3}{4}$ son de tenis. ¿Cuántas pelotas son de tenis?
- En un restaurante la razón entre el número de jugos y el número de gaseosas vendidas es de tres a siete. Si se vendieron 21 gaseosas, ¿cuántos jugos se vendieron?
- Escribe la fracción representada en cada figura

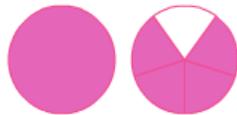


Figura 7

- Escribe V, si la afirmación es verdadera o F, si es falsa. Justifica

21 equivale a los $\frac{3}{4}$ de 28.

Los $\frac{3}{7}$ de 21 es 7.

18 equivale a los $\frac{5}{9}$ de 90.

$\frac{2}{3}$ de 60 < $\frac{3}{2}$ de 60.

- El siguiente diagrama muestra los resultados sobre la cantidad de mascotas que tienen los propietarios de un conjunto residencial de 500 apartamentos. ¿Cuántos apartamentos tienen animales cuadrúpedos?

A. 250 B. 300 C. 400 D. 500

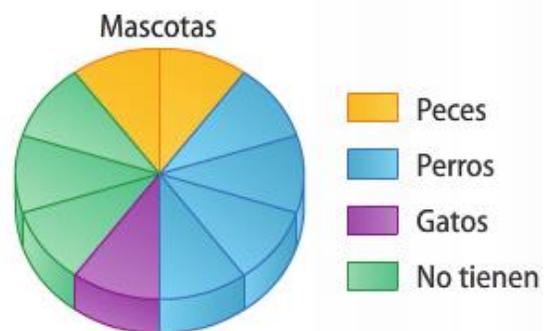


Gráfico 2



4.1.2.4 CLASIFICACIÓN DE FRACCIONES

FRACCIONES PROPIAS: Son las que representan un número menor que la unidad y se caracterizan porque el numerador es menor que el denominador.

EJEMPLO:

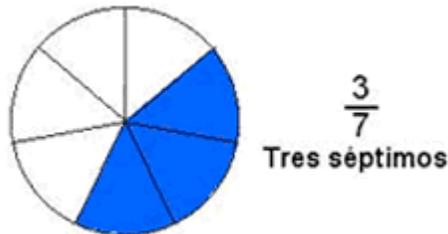


Gráfico 3

FRACCIONES IGUAL A LA UNIDAD: Son las que representan una unidad completa y se reconocen porque el numerador y el denominador tienen el mismo valor.

EJEMPLO:

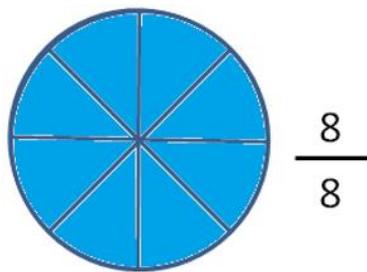


Gráfico 4

FRACCIONES IMPROPIAS: Son aquellas que tienen el numerador mayor que el denominador, en este caso el número representa más de una unidad completa.

EJEMPLO:

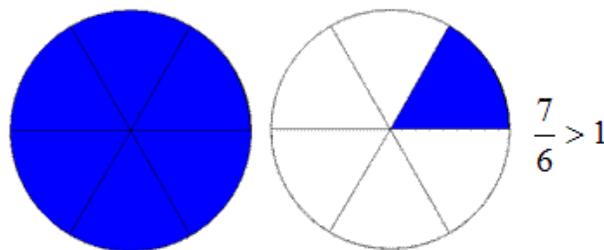


Gráfico 5

FRACCIONES ENTERAS: Son aquellas cuyo numerador es múltiplo del denominador. En estos casos la fracción representa un número entero de unidades.

EJEMPLO:

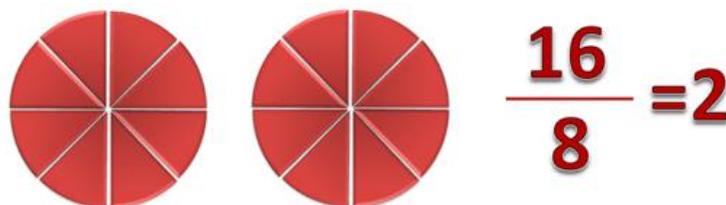


Gráfico 6

4.1.2.5 LOS NÚMEROS MIXTOS

Las fracciones impropias se pueden representar también como la suma de un número entero y un número fraccionario propio.



EJEMPLO:



Figura 8

CONVERSIÓN DE FRACCIÓN A NÚMERO MIXTO

Para convertir un racional impropio a número mixto se realizan los siguientes pasos:

- a. Se divide el numerador entre el denominador
- b. Se toma el cociente de la división como la parte entera del número mixto
- c. Se escribe la parte fraccionaria teniendo en cuenta que el numerador es el residuo de la división y el denominador es el divisor



Figura 9

Ver el siguiente video sobre fracción impropia a número mixto.

<https://www.youtube.com/watch?v=0QoxQ1YIRwQ>

EJEMPLO:

$$\frac{37}{5} = 7 \frac{2}{5}$$

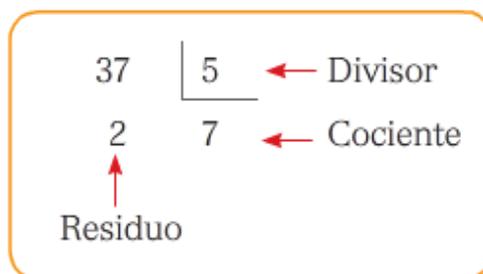


Figura 10

CONVERSIÓN DE NÚMERO MIXTO A FRACCIÓN

Para convertir de número mixto a fracción impropia se realizan los siguientes pasos:

- a. Se multiplica la parte entera por el denominador de la fracción.
- b. se suma el producto anterior al numerador
- c. Se deja el mismo denominador



Figura 11

Ver el siguiente video sobre conversión de un número mixto a fracción impropia.

<https://www.youtube.com/watch?v=y25BgQBouj8>



EJEMPLO:

$$18\frac{4}{9} = \frac{18 \times 9 + 4}{9} = \frac{162 + 4}{9} = \frac{166}{9}$$

4.1.2.6. ACTIVIDAD PERSONAL 2

1. Indica el racional que representa cada grafica

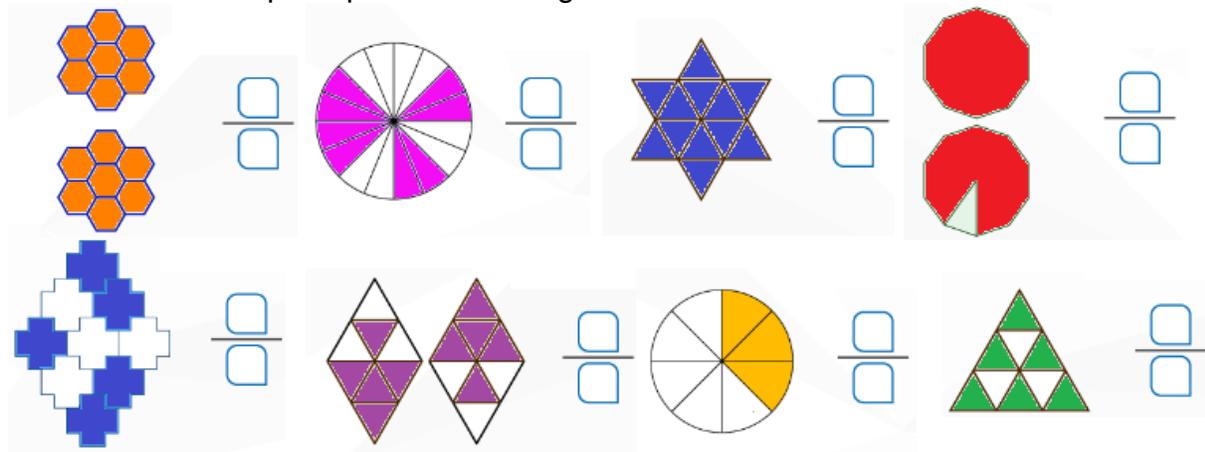


Gráfico 7

2. Represento cada fracción y clasifico

a. $\frac{2}{8}$

b. $\frac{8}{2}$

c. $\frac{5}{5}$

d. $\frac{2}{1}$

e. $\frac{18}{9}$

3. Expresa la siguiente fracción como número mixto

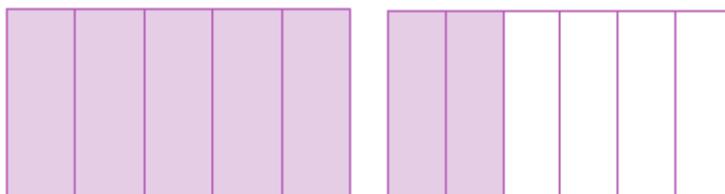


Figura 12

4. Escribe cada reparto en forma de fracción y número mixto

	Fracción	Número mixto	A cada persona le corresponde
Reparte 14 chocolates entre 3 personas	$\frac{\square}{\square}$	$\square \frac{\square}{\square}$	\square chocolates y $\frac{\square}{\square}$ de otro
Reparte 16 chocolates entre 5 personas	$\frac{\square}{\square}$	$\square \frac{\square}{\square}$	\square chocolates y $\frac{\square}{\square}$ de otro
Reparte 46 chocolates entre 8 personas	$\frac{\square}{\square}$	$\square \frac{\square}{\square}$	\square chocolates y $\frac{\square}{\square}$ de otro

Figura 13



5. De acuerdo a la situación cuántos kilómetros completos recorrió cada uno

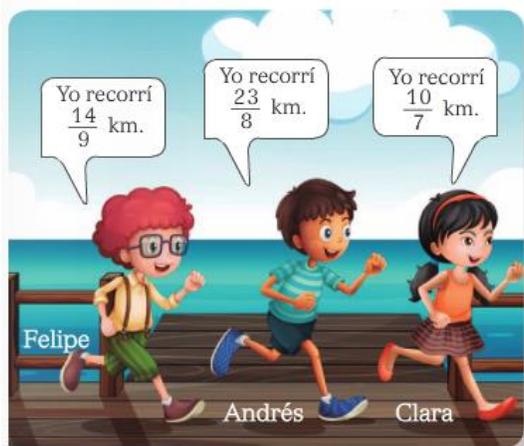


Figura 14

4.1.2.7. FRACCIONES EQUIVALENTES

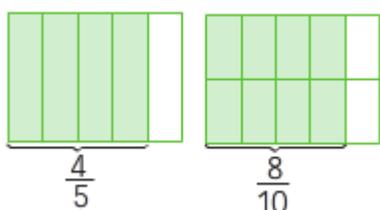


Figura 15

En la figura $\frac{4}{5}$ y $\frac{8}{10}$ representan la misma porción de área de los rectángulos dados. Luego las fracciones son equivalentes, lo cual se denota: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma porción $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Además, se cumple que $a \times d = b \times c$

EJEMPLO: Indica si $\frac{3}{2}$ y $\frac{81}{54}$ son equivalentes

$3 \times 54 = 162$ y $2 \times 81 = 162$ luego $\frac{3}{2} = \frac{81}{54}$, es decir, son equivalentes

Para hallar fracciones equivalentes a una fracción dada existen dos métodos **complicación o amplificación** y **simplificación**



Figura 16

Ver el siguiente video sobre Amplificación y simplificación de fracciones

<https://www.youtube.com/watch?v=CKRBZysNnk4>

COMPLICACIÓN O AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Para complicar una fracción se multiplica tanto el numerador como el denominador por el mismo número, con lo cual se obtienen fracciones equivalentes.

EJEMPLO:



$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18} \left(\frac{2}{3} \text{ amplificado por } 6 \right)$$

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Para simplificar una fracción se dividen tanto el numerador como el denominador entre su máximo común divisor (mcd), o entre un número que divida el numerador y el denominador simultáneamente con lo cual se obtiene una fracción equivalente.

Una fracción es irreducible cuando no hay divisores comunes entre el numerador y el denominador, esto ocurre cuando el máximo común divisor entre el numerador y denominador es igual a 1.

EJEMPLO:

$$\frac{24}{56} = \frac{24 : 8}{56 : 8} = \frac{3}{7} \left(\frac{24}{56} \text{ simplificado por } 8 \right)$$

4.1.2.8. ACTIVIDAD PERSONAL 3

1. Encuentra la fracción que no es equivalente a las demás en cada grupo

$$\frac{20}{30}, \frac{30}{45}, \frac{45}{48}, \frac{40}{60} \qquad \frac{12}{8}, \frac{24}{16}, \frac{30}{20}, \frac{33}{24}$$

2. Escribe el número entero que verifica cada equivalencia

$$\frac{11}{7} = \frac{121}{\square} \qquad -\frac{140}{380} = \frac{\square}{76}$$

3. Si de la casa al colegio solo se camina por las fracciones irreducibles, ¿Cuál es el camino que lleva a Ana hasta el colegio?

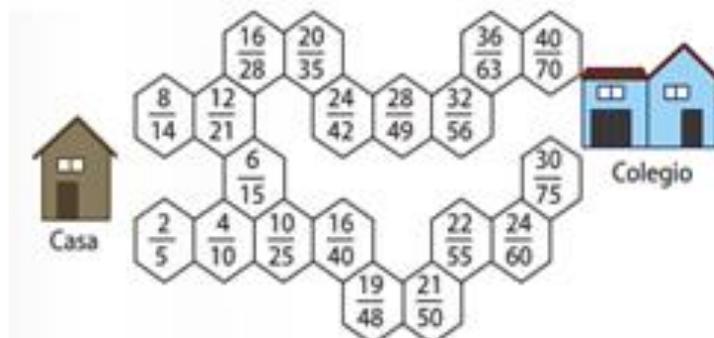


Figura 17

4. Amplifica cada fracción

$$\begin{array}{cccc} \frac{2}{4} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{16} & \frac{1}{5} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{5}{6} \times \frac{5}{5} = \frac{25}{30} & \frac{1}{5} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \\ \frac{3}{8} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{2}{7} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{4}{6} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{2}{7} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \\ \frac{5}{6} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{5}{8} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{3}{4} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} & \frac{5}{8} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \end{array}$$



5. Indica el número por el cual amplificaron cada fracción

$$\frac{3}{6} \times \square = \frac{21}{42} \quad \frac{3}{6} \times \square = \frac{15}{30}$$
$$\frac{4}{7} \times \square = \frac{24}{42} \quad \frac{2}{9} \times \square = \frac{6}{27}$$

6. Completa las simplificaciones

$$\frac{5}{10} \div \square = \frac{1}{2} \quad \frac{6}{9} \div 3 = \frac{\square}{\square} \quad \frac{8}{12} \div \square = \frac{\square}{3} \quad \frac{4}{6} \div 2 = \frac{\square}{\square}$$
$$\frac{6}{9} \div 3 = \frac{\square}{\square} \quad \frac{12}{16} \div \square = \frac{\square}{4} \quad \frac{9}{18} \div 3 = \frac{\square}{\square} \div 3 = \frac{\square}{\square}$$
$$\frac{7}{14} \div \square = \frac{\square}{2} \quad \frac{5}{10} \div \square = \frac{\square}{\square} \quad \frac{15}{20} \div \square = \frac{\square}{4}$$

7. Simplifica cada fracción a la fracción irreducible

$$\frac{24}{30} = \frac{\square}{\square}$$
$$\frac{18}{36} = \frac{\square}{\square}$$
$$\frac{18}{24} = \frac{\square}{\square}$$

8. Resuelve. Todos los fines de semana Juliana recorre $\frac{16}{24}$, Simón $\frac{14}{21}$ y Patricia $\frac{16}{25}$ del total de un mismo parque ¿Quiénes de los tres jóvenes realizan el mismo recorrido del parque?

4.1.3. REPRESENTACIÓN DECIMAL DE UN NÚMERO RACIONAL



Figura 18

Ver el siguiente video sobre representación decimal de los números racionales. <https://www.youtube.com/watch?v=b2EBsUTPH74>

Todo número racional en forma fraccionaria puede expresarse en forma decimal y viceversa. Esta expresión decimal puede ser finita o periódica.



La expresión decimal de un número, conocida comúnmente como número decimal, en general, se obtiene al realizar la división del numerador entre el denominador de una fracción decimal.

FRACCIÓN DECIMAL: Es aquella cuyo numerador es una potencia de 10.

Para hacer la conversión de fracción a decimal se realiza la división entre el numerador y el denominador, siendo el numerador el dividendo y el denominador el divisor.

Las fracciones decimales se leen según la potencia de 10 que corresponde a su denominador.

EJEMPLO: $\frac{7}{10}$ siete décimos; $\frac{39}{100}$ treinta y nueve centésimos; $\frac{11}{1000}$ once milésimos.

Una fracción decimal se puede representar mediante un número decimal. En todo número decimal se puede identificar una parte entera y una parte decimal. Estas partes están separadas por una coma decimal.

Para escribir una fracción decimal en forma de número decimal, se escribe el numerador y se separan las cifras decimales, de derecha a izquierda, con una coma, según la cantidad de ceros que tenga el denominador.

$$\frac{2419}{100} = \underbrace{24}_{\text{parte entera}}, \underbrace{19}_{\text{parte decimal}}$$

EJEMPLO: $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{39}{100} = 0,39$; $\frac{11}{1000} = 0,011$.

Cada cifra de un número decimal tiene un valor determinado según su posición. Así la tabla de posición es:

Unidades de mil	Centenas	Decenas	Unidades	coma	Décimas	Centésimas	Milésimas
UM	C	D	U	,	d	c	m
			7	,	6		
		8	3	,	4	7	
			0	,	5	8	1

Tabla 3

Los decimales se leen de acuerdo a la tabla de posición siguiendo estos ejemplos:

7,6: siete enteros seis decimas

83,47: ochenta y tres enteros cuarenta y siete centésimas

0,581: quinientos ochenta y un milésimas

4.1.3.1. CLASIFICACIÓN DE LOS NÚMEROS DECIMALES

DECIMAL FINITO: Cuando tiene una cantidad finita de cifras decimales. Se obtiene al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tiene como divisores primos solo a 2 o a 5. Es decir las fracciones decimales, o las que se dejan convertir en decimales

EJEMPLO:

$$\frac{11}{4} \rightarrow \begin{array}{r} 11 \quad \overline{)4} \\ 30 \quad \underline{2,75} \\ 20 \\ 0 \end{array} \rightarrow 2,75$$

Para pasar de la expresión decimal finita a la expresión fraccionaria, se plantea una fracción donde el numerador corresponde al número decimal sin la coma y el denominador es una potencia de 10,



cuya cantidad de ceros coincide con la cantidad de cifras decimales del número. Finalmente, se simplifica.

EJEMPLO:

Se simplifica

$$0,25 = \frac{25}{10^2} = \frac{25}{100} \xrightarrow{:25} \xrightarrow{:25}} = \frac{1}{4}$$

2 cifras decimales → potencia 10 y exponente 2

Se simplifica

$$1,125 = \frac{1125}{1000} \xrightarrow{:125} \xrightarrow{:125}} = \frac{9}{8}$$

3 cifras decimales → 3 ceros

$$0,07 = \frac{7}{100}$$

2 cifras decimales → 2 ceros, no se puede simplificar

Figura 19

DECIMAL PERIODICO PURO: es aquel que tiene infinitas cifras decimales que se empiezan a repetir inmediatamente después de la coma decimal. Se obtiene al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tiene como divisores primos cualquier número diferente a 2 o a 5.

EJEMPLO:

$$\frac{7}{3} \rightarrow \begin{array}{r} 7 \quad | \quad 3 \\ 10 \quad 2,333... \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{array} \rightarrow 2,33333...$$

$0,4545... = 0,4\overline{5}$ $0,666... = 0,\overline{6}$

Parte entera Período Parte entera Período

Figura 20

Para pasar de la expresión decimal periódica pura a la expresión fraccionaria, se plantea una fracción donde el numerador corresponde a la resta entre el número decimal sin la coma y la parte entera del número y el denominador es un número formado por solo la cifra 9, cuya cantidad de nueves coincide con la cantidad de cifras decimales del periodo. Finalmente, se simplifica.

EJEMPLO:

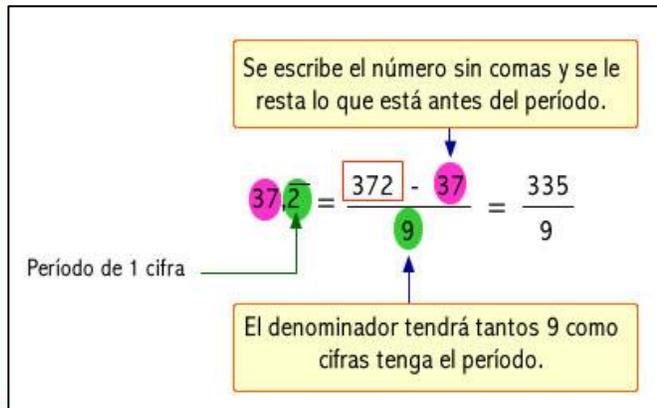
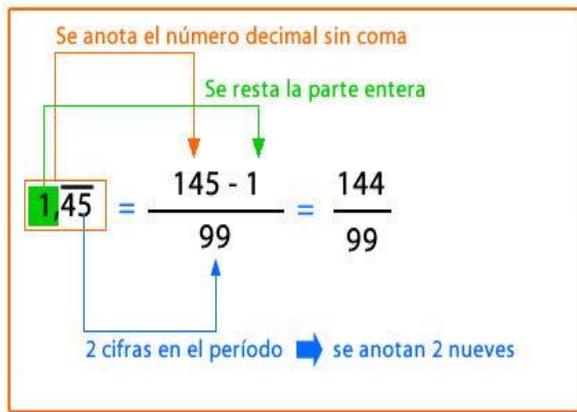


Figura 21

DECIMAL PERIODICO MIXTO: es aquel que tiene infinitas cifras decimales que se empiezan a repetir pero no inmediatamente después de la coma decimal. Se obtienen al convertir fracciones irreducibles cuyo denominador tienen como divisores primos al 2 o al 5 y cualquier otro número primo.

EJEMPLO: $\frac{5}{6} = 0,8\bar{3}$

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 6 \\ 10 \quad | \quad 2,166... \\ 40 \\ 40 \\ 4 \end{array} \quad \frac{13}{6} = 2,166... = 2,1\widehat{6}$$

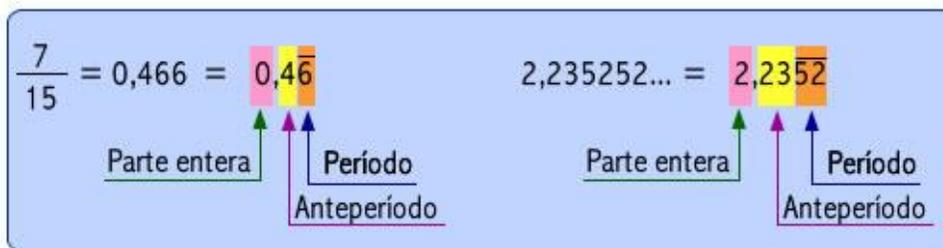


Figura 22

Para pasar de la expresión decimal periódica mixta a la expresión fraccionaria, se plantea una fracción donde el numerador corresponde a la resta entre el número decimal sin la coma y la parte que no corresponde al periodo del número y el denominador es un número formado por tantos 9 como cifras tenga el periodo seguidos de tantos ceros como cifras no se repitan en la parte decimal. Finalmente se simplifica.

EJEMPLO: $0,8\bar{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$

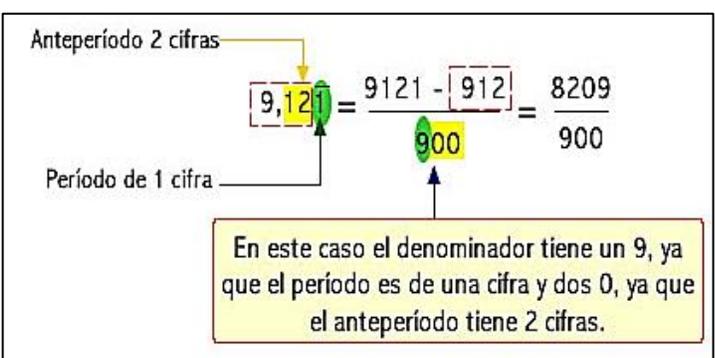
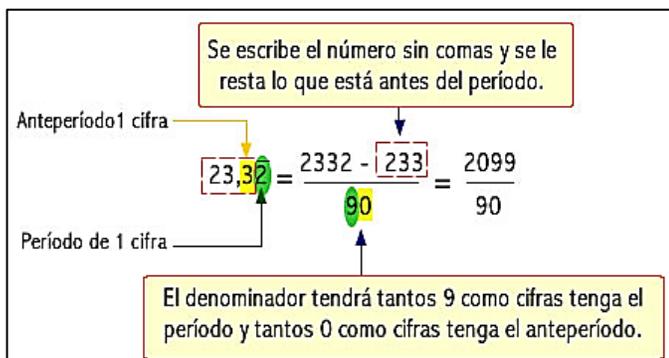




Figura 23

Para ampliar los conocimientos ingresa a:

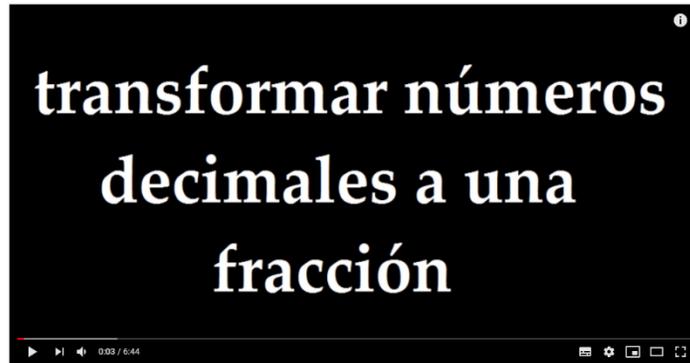


Figura 24

Ver el siguiente video sobre transformar números decimales a una fracción
<https://www.youtube.com/watch?v=pTm6WpF9I9M>

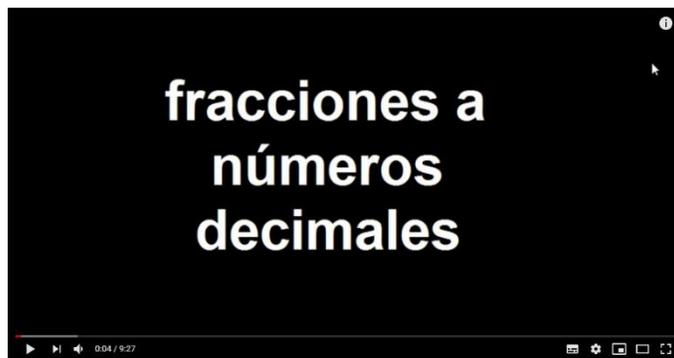


Figura 25

Ver el siguiente video sobre fracciones a números decimales
<https://www.youtube.com/watch?v=N5dXr8dxe9o>

4.1.3.2. ACTIVIDAD PERSONAL 4

1. Indica la fracción decimal que se representa en cada imagen, luego conviértela a número decimal

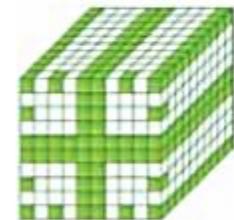
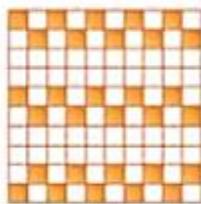
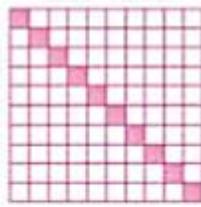


Figura 26

2. Escribe cada fracción como número decimal, ubícalo en la tabla posicional e indica cómo se lee

$-\frac{67}{10} = \underline{\hspace{2cm}}$ se lee: seis y siete décimas



$\frac{94}{100} = \dots$ se lee: _____
 $\frac{112}{25} = \dots$ se lee: _____
 $-\frac{7}{4} = \dots$ se lee: _____

...	Centenas	Decenas	Unidades	,	Décimas	Centésimas	Milésimas	...

Tabla 4

3. Convierte cada fracción decimal a número decimal

Fracción decimal	$\frac{17}{10}$	$\frac{32}{100}$	$\frac{41}{1000}$	$\frac{7}{100}$	$\frac{3}{10}$	$-\frac{67}{100}$	$\frac{11}{1000}$	$\frac{291}{100}$	$-\frac{93}{10}$	$-\frac{53}{10000}$
Número decimal	1,7	0,32	0,041	0,07						

Tabla 5

4. Completa la siguiente tabla clasificando cada número decimal.

NÚMERO	CLASE
0,1111 ...	
-10,3 $\bar{6}$	
18,05	
-45,4949	
5,0 $\bar{1}$	

Tabla 6

5. Escribe las siguientes fracciones en forma de número decimales.

$\frac{2}{1000} = \square$ $-\frac{21343}{10000} = \square$ $\frac{21}{9} = \square$ $-\frac{4}{15} = \square$

6. Escribe los siguientes números en forma de fracción.

$-23,83 = \frac{\square}{\square}$ $53,534 = \frac{\square}{\square}$ $-0,1\bar{7} = \frac{\square}{\square}$ $0,2\bar{2}3 = \frac{\square}{\square}$

7. Completa la tabla

Fracción	Decimal	Clasificación decimal
$\frac{4}{9}$		
	-45,44	
	0,4 $\bar{3}$	
$\frac{16}{5}$		

Tabla 7



8. Lee y resuelve. La ballena azul es quizás el animal más grande del planeta. La longitud de una ballena azul puede alcanzar los $\frac{223}{7}$ metros. Su peso es aproximadamente de 115,2 toneladas.

a. ¿Cuál es la longitud de la ballena azul expresada como un decimal?

- a. 31,85
- b. 31,857142
- c. 31,857142
- d. 31,857

b. ¿Cuál es el peso de la ballena azul expresada como una fracción?

- a. $\frac{115}{2}$
- b. $\frac{576}{5}$
- c. $\frac{1152}{1000}$
- d. $\frac{1700}{15}$

c. ¿Qué clase de decimal es la longitud de la ballena azul?

- a. Exacto
- b. Puro
- c. Mixto
- d. Finito

4.1.4. REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS RACIONALES

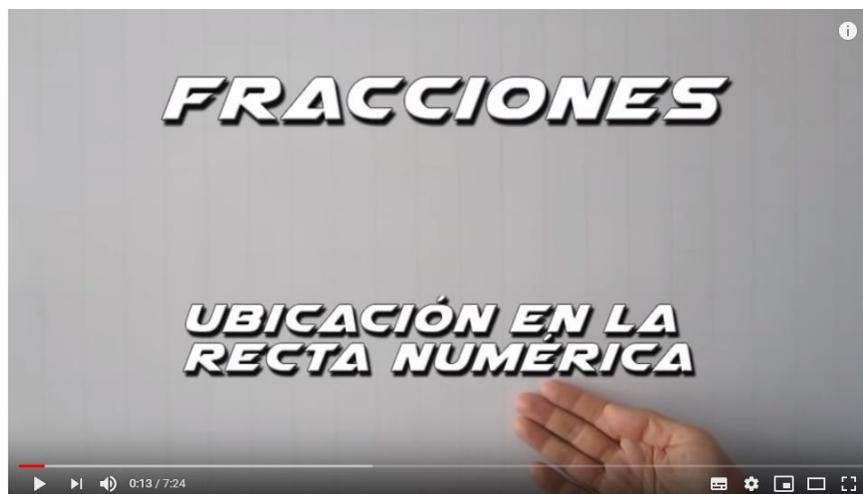


Figura 27

Ver el siguiente video sobre fracciones en la recta numérica.

<https://www.youtube.com/watch?v=UjJZwbqT06U>

Los números racionales se pueden representar en forma gráfica usando una recta numérica de manera que a cada número le corresponda un único punto, siguiendo estos pasos:

Si el racional está en forma fraccionaria:

1. Se ubican los números enteros en la recta y se divide cada unidad en tantas partes, como indique el denominador.
2. Si el número es positivo, se cuenta a partir del cero y hacia la derecha el número de partes que indique el numerador. Si es negativo se cuenta hacia la izquierda.

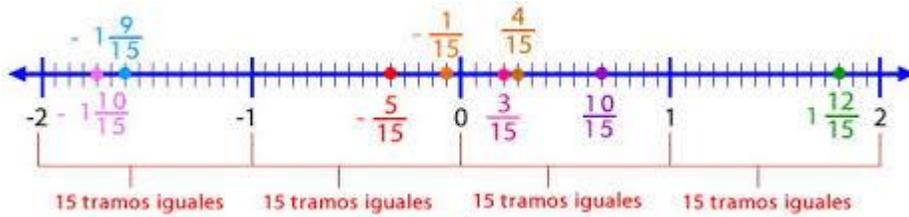


Figura 28

Si el racional está en forma decimal:



Figura 29

Ver el siguiente video sobre decimales en la recta numérica.

<https://www.youtube.com/watch?v=RksRkrUOBQQ>

1. Se ubican los números enteros en la recta y se divide cada unidad en diez partes iguales
2. Si el número es positivo, se cuenta a partir de la parte entera y hacia la derecha el número de partes que indique la parte decimal, de 1 en 1 si solo son décimas, de 10 en 10 si son centésimas, de 100 en 100 si son milésimas, etc. Si es negativo se cuenta hacia la izquierda.

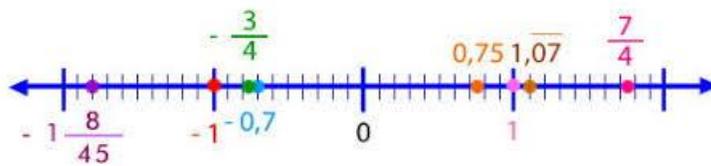


Figura 30

NOTA: Para representar números decimales periódicos en la recta numérica, se convierten a fracciones.

4.1.5. ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES

Si los números están en forma fraccionaria y tienen diferente signo, es mayor, una fracción positiva que cualquier fracción negativa, asimismo, el cero es mayor que cualquier fracción negativa, pero menor que cualquier fracción positiva. Si tienen igual signo se debe evaluar los siguientes casos:

SI SON HOMOGÉNEAS: si tienen el mismo denominador se comparan los numeradores para establecer cual es mayor teniendo en cuenta que en los positivos mientras más alejado del cero es mayor, mientras que, en los negativos, el más cercano al cero es mayor.

EJEMPLO

$$\frac{2}{3} < \frac{8}{3} \qquad -\frac{2}{3} > -\frac{8}{3}$$



SI SON HETEROGÉNEAS: Si tienen distinto denominador, se expresan mediante fracciones equivalentes, con denominadores iguales. Luego, se comparan los numeradores obtenidos para establecer cuál es mayor.

Para obtener fracciones con denominadores iguales se puede proceder de las siguientes formas.

- Multiplicación en cruz (carita feliz): Complicar cada fracción por el denominador de la otra

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{7}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 7}{3 \times 7} = \frac{14}{21} \quad \frac{4}{7} = \frac{4 \times 3}{7 \times 3} = \frac{12}{21}$$

$$\frac{2}{3} > \frac{4}{7}$$

- Cálculo mental: Determinar a simple vista el menor denominador por cuanto se puede multiplicar para obtener el mayor denominador, y luego de determinado, complicar la fracción de menor denominador por este número.

$$-\frac{4}{5} \quad -\frac{12}{15}$$

$$-\frac{4}{5} = -\frac{4 \times 3}{5 \times 3} = -\frac{12}{15}$$

$$-\frac{2}{3} = -\frac{4}{7}$$

- Mínimo Común Múltiplo:

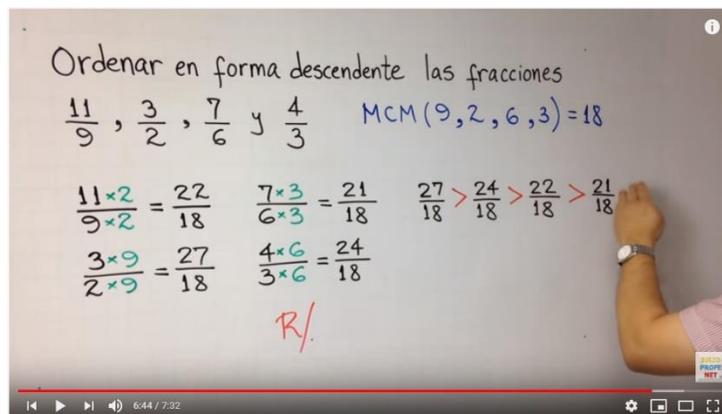


Figura 31

Ver el siguiente video sobre el orden de las fracciones. <https://www.youtube.com/watch?v=kTmvME9DK2M>

Se busca el m.c.m. entre los denominadores, luego se complica cada fracción para que su denominador sea el resultado obtenido en el m.c.m de los denominadores y finalmente se comparan los nuevos numeradores teniendo en cuenta que en los positivos mientras más alejado del cero es mayor, mientras que, en los negativos, el más cercano al cero es mayor.

$$-\frac{5}{6} \quad -\frac{4}{9} \quad -\frac{7}{12}$$

6	9	12		2	m.c.m.(6,9,12)=2x2x3x3=36
3	9	6		2	
3	9	3		3	
1	3	1		3	
1	1	1			



$$-\frac{5}{6} = -\frac{5 \times 6}{6 \times 6} = -\frac{30}{36}$$

$$-\frac{4}{9} = -\frac{4 \times 4}{9 \times 4} = -\frac{16}{36}$$

$$-\frac{7}{12} = -\frac{7 \times 3}{12 \times 3} = -\frac{21}{36}$$

$$-\frac{5}{6} < -\frac{7}{12} < -\frac{4}{9}$$

Si los números están en forma decimal, y tienen diferente signo, es mayor, un decimal positivo que cualquier decimal negativo, asimismo, el cero es mayor que cualquier decimal negativo, pero menor que cualquier decimal positivo. Si tienen igual signo se debe evaluar los siguientes casos:



Figura 32

Ver el siguiente video sobre comparación de números decimales.
https://www.youtube.com/watch?v=XO_aimotupc

Si tienen distinta parte entera y ambos son positivos, es mayor el número que tiene mayor parte entera.

EJEMPLO: $75,459 < 125,2$

Si tienen distinta parte entera y ambos son negativos, es mayor el número cuya parte entera este más cercana al cero

EJEMPLO: $-75,459 > -125,2$

Si la parte entera es igual, procedemos a igualar las cifras decimales de ambos números agregando ceros al final, y comparamos quien tiene mayor parte decimal teniendo en cuenta los signos, el número que la tenga, es el mayor.

EJEMPLO:

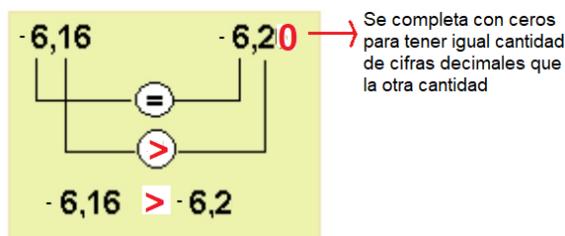


Figura 33

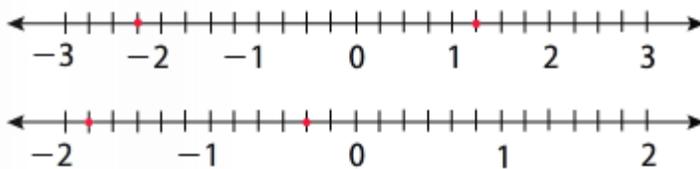
NOTA:

- Si requerimos ordenar unos números, los cuales unos están decimales y otros fraccionarios, se convierten todos al que más se les facilite y luego se comparan.
- Para comparar números decimales infinitos periódicos por otro número racional, debe transformarlos a fracción y en caso de haber números mixtos transformarlos a fracción impropia.



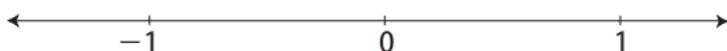
4.1.6. ACTIVIDAD PERSONAL 5

1. Identifica el número racional de cada recta.



2. Ubica sobre cada recta los números señalados

$-\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{8}$



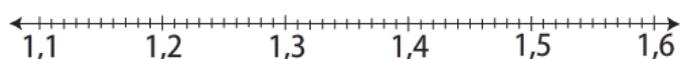
$-\frac{5}{4}$ y $\frac{7}{4}$



-1,7 y 2,4



1,15 y 1,53



3. Dibuja la recta numérica y ubica los números -25, 130, -240 y 300.

$\frac{2}{7}$

$2,3\bar{2}$

$-\frac{3}{10}$

0,5

$\frac{5}{6}$

2,25

4. Ordena las siguientes cantidades

$0,\bar{7}$ $\frac{7}{10}$

$\frac{7}{4}$ $1,7\bar{3}$

$\frac{1}{3}$ $0,3\bar{1}$

$1,3\bar{2}$ $\frac{133}{99}$

$-0,875$ $\frac{1}{5}$

$-\frac{2}{3}$ $-\frac{1}{4}$

$\frac{3}{13}$ $-\frac{2}{4}$

$-3,45$ $-3,450$

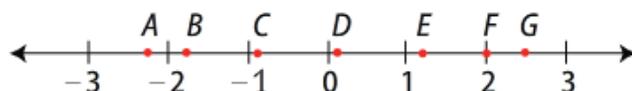
$-\frac{3}{20}$ $-\frac{12}{48}$

$\frac{2}{7}$ $\frac{6}{8}$

$\frac{6}{4}$ $\frac{11}{8}$

$\frac{6}{4}$ 1

5. Relaciona los números racionales con las letras representadas en la recta numérica. Luego, escríbelas en el espacio correspondiente.



- $\frac{14}{7}$
- 0,9
- $\frac{2}{20}$
- 2,5
- $\frac{6}{5}$
- $-\frac{9}{5}$
- $-\frac{9}{4}$

-
-
-
-
-
-
-

6. La siguiente gráfica muestra las distancias de tres islas a la costa

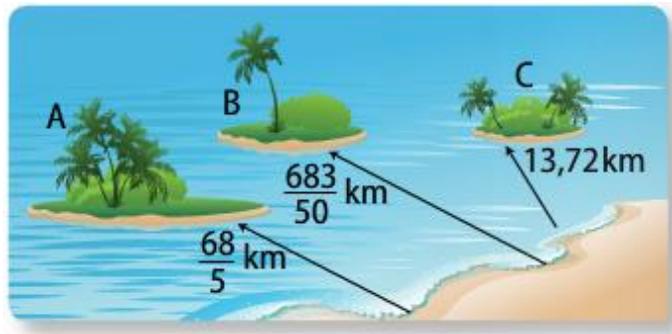


Figura 34

- a. ¿Cuál es la isla más alejada de la costa? _____
- b. Organiza las islas, de menor a mayor distancia, con respecto a la costa.

4.1.7 SUMA, RESTA, MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NUMEROS RACIONALES

4.1.7.1 OPERACIONES DE RACIONALES EN FORMA FRACCIONARIA

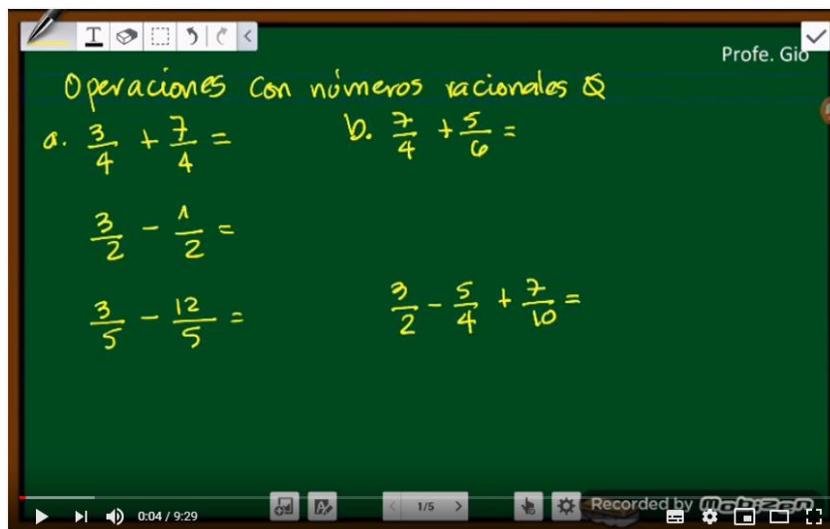


Figura 35

Ver el siguiente video sobre operaciones con números racionales
<https://www.youtube.com/watch?v=vg9aec1ndBc>

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar fracciones con igual denominador, se conserva en denominador y se suman los numeradores. Siendo a, b, c diferentes a 0, lo podemos representar de la siguiente forma;

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

EJEMPLOS:

a) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{3 + 2}{8} = \frac{5}{8}$ b) $\frac{5}{9} - \frac{7}{9} = \frac{5 - 7}{9} = -\frac{2}{9}$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

Para sumar fracciones con distinto denominador, se igualan los denominadores de las fracciones, buscando el mínimo común múltiplo entre los denominadores y amplificando cada fracción por el



número que corresponda. Luego, se realiza la adición o sustracción de la misma forma que en el caso anterior (igual denominador).

En el caso que sean 2 fracciones, siendo a, b, c, d diferentes a 0, lo podemos representar de la siguiente forma;

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d \pm b \cdot c}{b \cdot d}$$

EJEMPLOS:

a) $\frac{3}{7} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 7 \cdot 2}{7 \cdot 5} = \frac{15 + 14}{35} = \frac{29}{35}$

b) $\left(\frac{9}{10} + \frac{7}{8}\right) - \frac{2}{5} = \frac{9 \cdot 8 + 10 \cdot 7}{10 \cdot 8} - \frac{2}{5} = \frac{72 + 70}{80} - \frac{2}{5} = \frac{142}{80} - \frac{2}{5} =$
El m.c.m. entre 80 y 5 es 80, entonces;
 $= \frac{142}{80} - \left(\frac{2 \cdot 16}{5 \cdot 16}\right) = \frac{142}{80} - \frac{32}{80} = \frac{142 - 32}{80} = \frac{110}{80} = \frac{11}{8}$

c) $\left(1,7 - \frac{5}{3}\right) + \frac{1}{6} = \left(\frac{17-1}{9} - \frac{5}{3}\right) + \frac{1}{6} = \left(\frac{16}{9} - \frac{5}{3}\right) + \frac{1}{6} =$
 $= \left(\frac{16}{9} - \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 3}\right) + \frac{1}{6} = \left(\frac{16}{9} - \frac{15}{9}\right) + \frac{1}{6} = \left(\frac{16-15}{9}\right) + \frac{1}{6} =$
El m.c.m. entre 9 y 6 es 18, entonces;
 $= \frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 2}{9 \cdot 2} + \frac{1 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{2+3}{18} = \frac{5}{18}$

Figura 36

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES FRACCIONARIOS

Para multiplicar y dividir números racionales se debe tener en cuenta aplicar al igual que para los números enteros (Z) la regla de los signos.

Regla de signos para la multiplicación y división

•	+	-
+	+	-
-	-	+

÷	+	-
+	+	-
-	-	+

Figura 37

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES



Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores con los numeradores y los denominadores con los denominadores. Luego si es necesario se simplifica la fracción resultante. Siendo a,b,c,d diferentes de cero, pertenecientes al conjunto de los números enteros, lo podemos representar de la siguiente forma;

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

EJEMPLOS:

$$a) -\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = -\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4} = -\frac{2}{12}$$

Recuerde siempre usar la regla de signos, en este ejercicio el resultado es negativo (-).

$$b) 3\frac{1}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{3 \cdot 3 + 1}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{10}{3} \cdot \frac{12}{5} = \frac{120}{15} = 8$$

Para resolver este ejercicio, primero transformamos el número mixto a fracción impropia y luego multiplicamos.

$$c) \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{2} \cdot (-1, \bar{2}) = \frac{2 \cdot 3}{7 \cdot 2} \cdot \left(\frac{12-1}{9}\right) = \frac{6}{14} \cdot \frac{11}{9} = -\frac{\cancel{66} : 6}{\cancel{126} : 6} = -\frac{11}{21}$$

Para resolver este ejercicio, multiplicamos las 2 primeras fracciones y transformamos el decimal infinito periódico a fracción y luego, multiplicamos esta fracción por la fracción resultante de la primera multiplicación. Como el decimal es negativo y las fracciones positivas el resultado es negativo (-).

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Para dividir 2 fracciones, debes multiplicar la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda fracción. Siendo a,b,c,d diferentes de cero, pertenecientes al conjunto de los números enteros, se puede representar de la siguiente forma;

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

EJEMPLOS:

$$a) \frac{4}{6} : \frac{1}{3} = \frac{4 \cdot 3}{6 \cdot 1} = \frac{12}{6} = 2$$

En este ejemplo puede ver como invertimos la segunda fracción y luego multiplicamos por la primera fracción.

$$b) 1\frac{5}{7} : -\frac{9}{5} = \frac{1 \cdot 7 + 5}{7} : -\frac{9}{5} = \frac{12}{7} \cdot -\frac{5}{9} = -\frac{\cancel{60} : 3}{\cancel{63} : 3} = -\frac{20}{21}$$

Para dividir estos números racionales, primero transformamos el número mixto a fracción impropia, invertimos la segunda fracción y luego, multiplicamos las fracciones.

$$c) \frac{3}{8} : -4 : (-0, \bar{3}) = -\frac{3 \cdot 1}{8 \cdot 4} : -\frac{\cancel{3} : 3}{\cancel{9} : 3} = -\frac{3}{32} : -\frac{1}{3} = -\frac{3}{32} \cdot -\frac{3}{1} = \frac{9}{32}$$

Para resolver este ejercicio, invertimos el número -4 (sabiendo que -4 = -4/1) y lo multiplicamos por la primera fracción. Además, pasamos el decimal infinito periódico a fracción común (lo que dio como resultado -3/9) y simplificamos (1/3), luego invertimos la fracción (-3/1), y multiplicamos por el resultado de la división de las 2 primeras fracciones.

4.1.7.2 OPERACIONES DE RACIONALES EN FORMA DECIMAL**ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE DECIMALES**

Se escriben los sumandos uno debajo del otro, de manera que sus comas queden alineadas. Si hace falta cifras decimales a algún número se completan con ceros. Luego, se resuelve la operación



de la misma manera que se resuelve en los números enteros y en el resultado se marca la coma alineada a las demás comas.

EJEMPLOS:

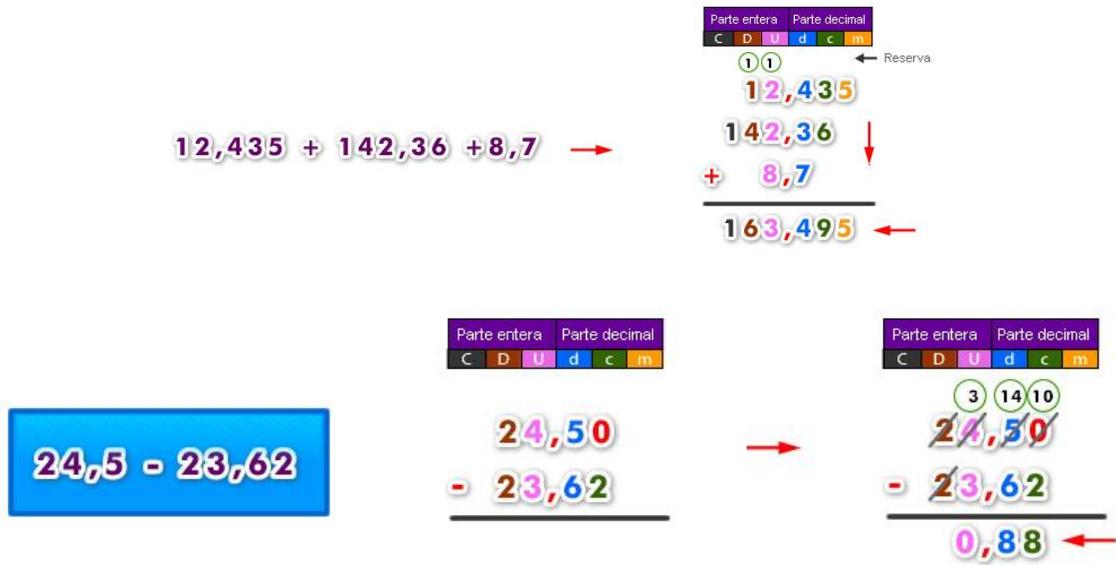


Figura 38

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Se multiplican los factores como si fueran números enteros, teniendo en cuenta la ley de los signos. Luego, en el resultado, se separan con una coma tantas cifras decimales como tienen los dos factores.

EJEMPLOS:

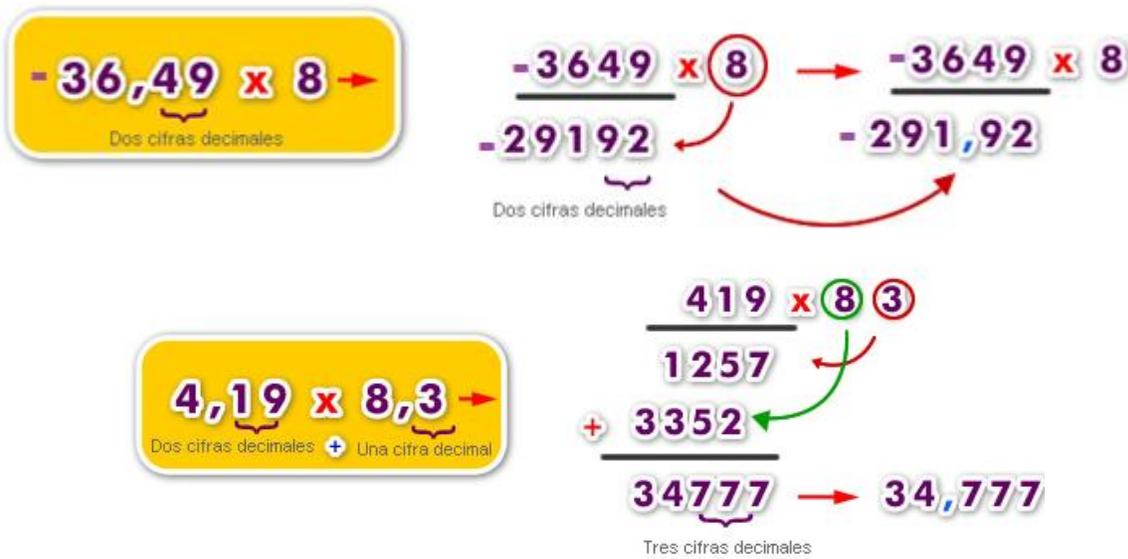


Figura 39

DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES





Figura 40

Ver el siguiente video sobre divisiones con decimales

<https://www.youtube.com/watch?v=xz-dVI4NUiU>

Se expresan tanto el dividendo como el divisor con igual número de cifras decimales. Para esto, se agregan ceros al número que tenga menos cifras decimales. Luego, se escriben el dividendo y el divisor sin tener en cuenta las comas decimales y por último se efectúa la división como si fueran números enteros.

EJEMPLOS:

Figura 40

4.1.7.3 ACTIVIDAD PERSONAL 6

1. Resuelve las siguientes sumas y restas de racionales

- | | | | |
|----------------------------------|-------------------------------------|--------------------|-----------------------|
| $\frac{7}{30} - \frac{2}{45}$ | $(-\frac{2}{15}) + (-\frac{1}{12})$ | $-2,03 - (-2,5)$ | $-7,322 + 5,37$ |
| $-\frac{8}{27} - \frac{8}{81}$ | $\frac{9}{16} + (-\frac{11}{64})$ | $3,03 + 5,009$ | $-2,72 + 3,53$ |
| $\frac{3}{32} - (-\frac{1}{48})$ | $(-\frac{7}{40}) + \frac{7}{16}$ | $-0,001 + 1,1$ | $(-0,472) + (-0,486)$ |
| $\frac{9}{7} - \frac{1}{21}$ | $-\frac{1}{28} - (-\frac{1}{42})$ | $2,05 + (-0,001)$ | $-3 - (-0,31)$ |
| | | $-3,002 - (-1,05)$ | $1,87 - (-0,179)$ |
| | | $1,05 - 2,008$ | $-1,09 + 9,129$ |

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones y divisiones de racionales

- | | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|--|---------------------|
| $-\frac{7}{8} \div \frac{28}{3}$ | $-13,5 \div 0,9$ | $\frac{7}{3} \times \frac{11}{21}$ | $-0,354 \times 0,7$ |
| $\frac{45}{4} \div (-\frac{9}{2})$ | $367,25 \div 0,05$ | $(-\frac{3}{4}) \times (-\frac{10}{21})$ | $17,5 \times 9,6$ |
| $4\frac{1}{5} \div (-5\frac{2}{3})$ | $\frac{185}{25} \div 0,185$ | $-\frac{4}{15} \times \frac{3}{8}$ | $-14,2 \times -100$ |

3. Resuelve aplicando las operaciones pertinentes a la situación

- a. En una familia, el padre repartió una torta entre sus hijos. A Camila le dio la quinta parte, a Felipe la cuarta parte y a Diana le dio $\frac{3}{8}$ ¿Qué parte de la torta sobró?



- b. Un ciclista debe recorrer 105 km en tres días. El primer día recorre $\frac{1}{3}$ del camino, el segundo día $\frac{2}{5}$, dejando el resto para el tercero. ¿Qué parte del camino lleva recorrido? ¿Qué parte del camino le falta por recorrer?
- c. En un parqueadero de un colegio se disponen $\frac{3}{5}$ partes para estacionar vehículos. Si el estacionamiento de bicicletas ocupa $\frac{1}{4}$ de esta zona, ¿qué fracción del parqueadero del colegio se destina para ubicar bicicletas?
- d. A un hospital ingresan 72 personas de urgencias, de las cuales $\frac{1}{4}$ presentan problemas cardiacos y de estas, $\frac{2}{3}$ son mayores de 60 años. ¿cuántas personas mayores de 60 años ingresaron con problemas cardiacos?
- e. María madruga cada día y se va a trotar. Cada mañana de 6 vueltas a una pista que tiene $\frac{3}{4}$ de kilómetro. ¿cuántos metros recorre por día?
- f. Marta recolectó 2 kilos y medio de almendras. Luego las repartió en bolsas de un cuarto de kilogramo cada una. ¿Cuántas bolsas necesitó Marta para guardar las almendras?
- g. Cristian reparte $\frac{3}{5}$ del total de galletas que contiene una caja entre 5 personas de una forma equitativa. ¿Qué parte del total de galletas le corresponde a cada persona?
- h. Una persona pagó \$48.750 por $6\frac{2}{5}$ kg de carne de res ¿Cuánto costo cada kilogramo de carne?
- i. Luisa compró una gaseosa de 2 litros y medio ¿cuántos vasos de $\frac{1}{6}$ de de litro puede llenar con gaseosa?
- j. un obrero gana \$120 600,85 por 5 días de trabajo. ¿Cuánto gana por un día de trabajo?
- k. Pedro tiene 240 cajas con 25 bolsas de azúcar cada una. Si cada bolsa pesa 0,95 kg, ¿cuál es el peso de todas las cajas de azúcar?
- l. ¿Qué número resulta al adicionar tres décimas, cinco centésimas y siete milésimas?
- m. Calcule el perímetro y el área de la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**
- n. Un atleta practica diariamente en una pista de 6,5 km. Si el atleta da 8 vueltas a la pista, ¿qué distancia recorre?
- o. Una docena de madejas de lana iguales pesan 903,6 gramos. ¿Cuál es el peso de cada madeja?

4.2 LOS SÓLIDOS

4.2.1 POLIEDROS



Figura 42

Ver el siguiente video sobre poliedros <https://www.youtube.com/watch?v=UBrE8Dwc5XY>

Un poliedro es un sólido limitado por superficies planas llamadas caras.
Los elementos de un poliedro son: **Caras, aristas, vértices**

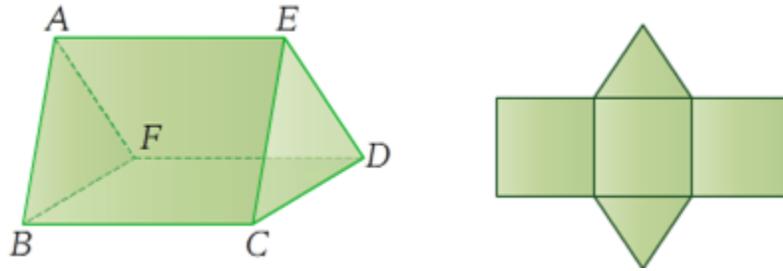
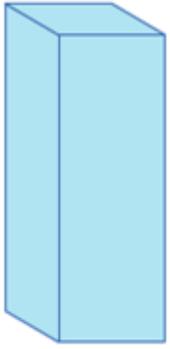


Figura 43

PARALELEPÍPEDO

Es un poliedro formado por seis caras que son paralelogramos, de tal forma que las caras opuestas son paralelas y congruentes.

Un paralelepípedo cuyas caras son rectángulos se denomina **paralelepípedo rectangular** y uno cuyas caras con cuadrados, se denomina **cubo**



Paralelepípedo rectangular

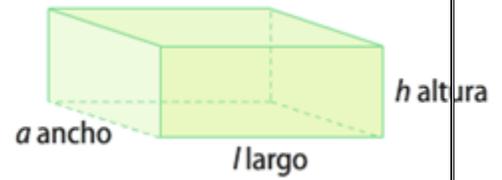
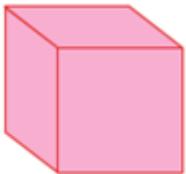


Figura 45



Cubo

Figura 44

PRISMA

Un prisma es un poliedro limitado por dos polígonos congruentes y paralelos, llamados bases, y varios paralelogramos llamados caras laterales.

La **altura** es el segmento perpendicular al plano que contiene una de las bases y que tiene como punto extremo uno de los vértices de la otra base.

Prisma recto: Sus caras laterales son perpendiculares a las bases y tienen forma rectangular.

Prisma oblicuo: Sus caras laterales no son perpendiculares a las bases y tienen forma de romboide.

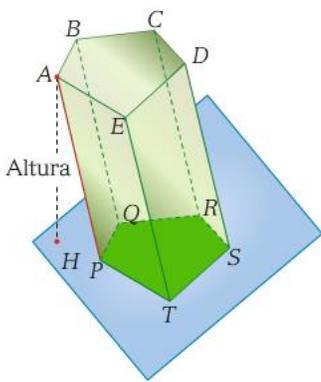
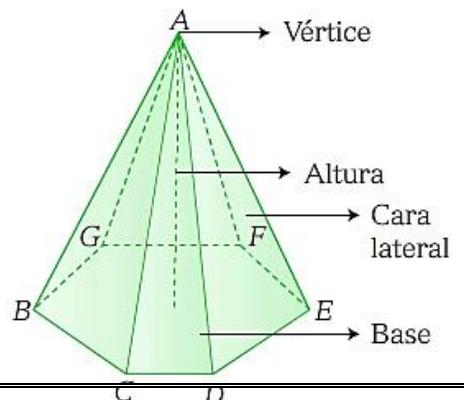


Figura 46

PIRÁMIDE

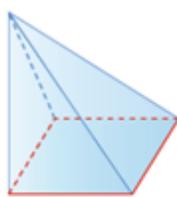
Una Pirámide es un poliedro formado por una base y varias caras laterales. La base es un polígono y las caras laterales son triángulos que concurren en un vértice común



Pirámide cuadrangular irregular recta

Figura 47

Figura 49



Pirámide cuadrada oblicua

Figura 48

De acuerdo con su base, las pirámides pueden ser triangulares, pentagonales, hexagonales y así sucesivamente. Además, si las bases son polígonos regulares, se dice que la pirámide es regular, en caso contrario es irregular. Por otra parte, las pirámides también pueden ser rectas y oblicuas.

4.2.2 ACTIVIDAD PERSONAL 7

Realizar un video donde mediante material reciclable realices la representación de cada uno de los poliedros y a modo de exposición indicar los elementos que componen a cada cual, con sus respectivas dimensiones.

4.2.3. CUERPOS REDONDOS

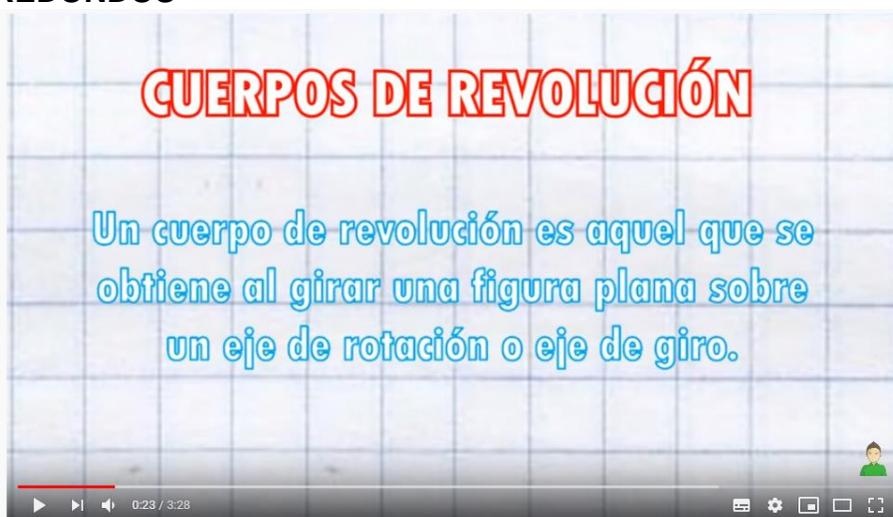


Figura 50

Ver el video sobre cuerpos redondos. <https://www.youtube.com/watch?v=kD5gz2k5IZQ>

Es un sólido limitado por superficies curvas o por superficies planas y curvas.

CILINDRO: Cuerpo redondo limitado por una superficie curva y dos caras planas circulares.

Los cilindros se clasifican en rectos y oblicuos. Uno recto se considera como un sólido de revolución ya que se obtiene de girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. El cual se denomina **eje de revolución**.

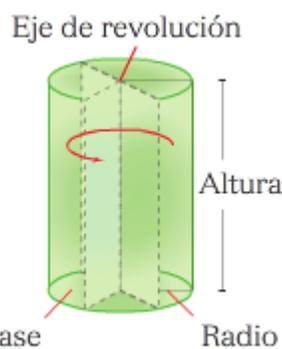


Figura 52

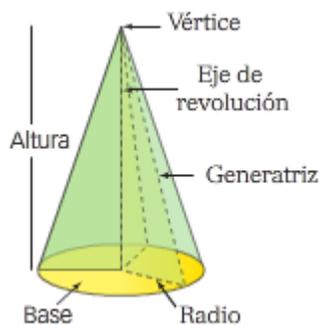
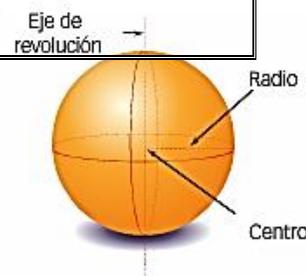
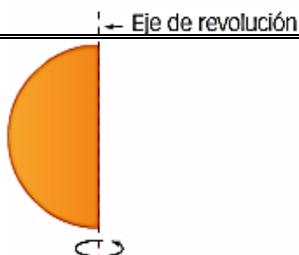


Figura 51

CONO: Es un cuerpo redondo limitado por una superficie curva y una cara plana circular.

Se clasifican en rectos y oblicuos. Un cono oblicuo se puede considerar como un sólido de revolución ya que se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. Este cateto es el eje de revolución y la hipotenusa del triángulo se conoce como generatriz y se simboliza con la letra *g*. Otros elementos se muestran en la grafica

ESFERA





Es un cuerpo redondo limitado por una sola superficie curva.

La esfera es un cuerpo de revolución que se obtiene al hacer girar un semicírculo por un **eje de revolución** que pasa por el centro de la esfera.

Los elementos de una esfera son el centro y el radio

Figura 53

Figura 54

4.2.4 ACTIVIDAD PERSONAL 8

Realizar un video donde mediante material reciclable realices la representación de cada uno de los poliedros y a modo de exposición indicar los elementos que componen a cada cual, con sus respectivas dimensiones.

1. Completa:

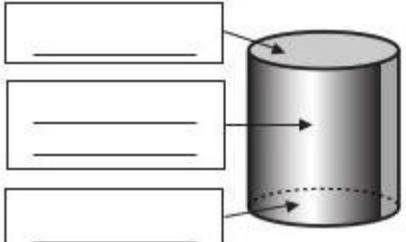
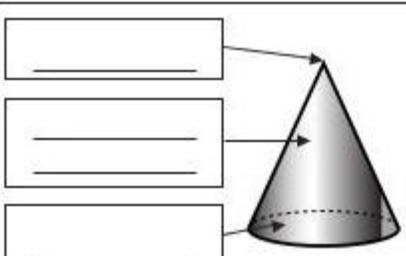
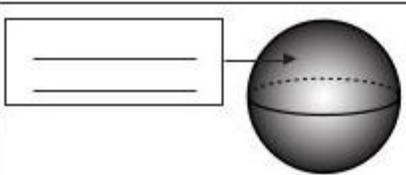
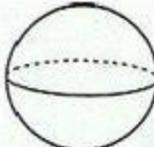
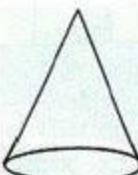
	<ul style="list-style-type: none"> • Número de bases ▶ _____ • Número de vértices ▶ _____ • Nombre ▶ _____
	<ul style="list-style-type: none"> • Número de bases ▶ _____ • Número de vértices ▶ _____ • Nombre ▶ _____
	<ul style="list-style-type: none"> • Número de bases ▶ _____ • Número de vértices ▶ _____ • Nombre ▶ _____

Figura 55

2. Completa

 La no tiene base ni vértices.

 El tiene una sola base formada por un y un solo . Su superficie es .

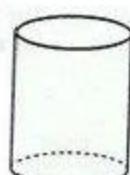
 El tiene dos con forma de y no tiene . Su superficie es .

Figura 56

3. En video, mediante implementos que encuentres, explica como se generan los cuerpos redondos.



4.3 TÉCNICAS DE CONTEO

Un **experimento aleatorio**, es una acción en la cual se conoce el procedimiento que va a seguir para desarrollarla, se conocen los posibles resultados, pero no se sabe con certeza cuál será el resultado final.

El conjunto formado por todos los posibles resultados que se pueden obtener en un experimento aleatorio se conoce como **espacio muestral**. Se simboliza con la letra S.

Cuando en un experimento el número de posibles resultados es pequeño, es fácil listar y contar los posibles resultados. Sin embargo, cuando hay un gran número de posibles resultados, las **técnicas de conteo** es una herramienta que permite encontrar fácilmente los espacios del espacio muestral de un experimento aleatorio.

Se pueden determinar tres tipos de técnicas de contar, a partir del orden o repetición de elementos del espacio muestral: el principio de multiplicación, las permutaciones y las combinaciones.

4.3.1 PRINCIPIO DE MULTIPLICACIÓN

Permite encontrar el espacio muestral de un experimento donde existen el orden y la repetición. Se aplica para aquellos experimentos aleatorios en los cuales, considerando poblaciones diferentes, se debe tomar una muestra con elementos de cada una de ellas.

El principio de multiplicación también puede ser representado mediante un diagrama de árbol, el cual es una estrategia organizada que permite conocer, además del número de elementos del espacio muestral, cuáles son específicamente esos elementos. Esta parte del número de posibilidades que pueden ocurrir en la primera repetición. Luego, por cada una de las siguientes repeticiones, se construye una rama del árbol con ramificaciones, correspondientes al número de posibilidades que pueden ocurrir en la segunda repetición y así sucesivamente.

EJEMPLO: Experimento aleatorio de lanzar una moneda dos veces

Principio de multiplicación: $2 \times 2 = 4$

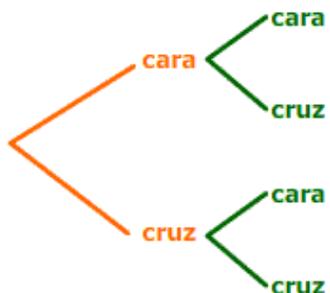


Figura 57



Figura 58

Ver el siguiente video sobre Diagrama de árbol.
<https://www.youtube.com/watch?v=GTOGNpmnK5s&t=2s>

4.3.2 PERMUTACIONES

Cuando en un experimento aleatorio se repite la misma acción dos o más veces, pero en cada repetición no se puede obtener el mismo resultado de la repetición anterior y, además, existe orden, se puede aplicar la permutación.

EJEMPLO: en una bolsa roja se introducen diez fichas numeradas de uno a diez, y se pide a una persona que escoja tres fichas una por una. Para sacar la primera ficha la persona tiene diez posibilidades, para sacar la segunda tiene solamente nueve posibilidades, pues se escogió una antes. Y para sacar la tercera ficha tiene ocho posibilidades.

$$10 \times 9 \times 8 = 720$$

FORMULA:

$$\frac{n!}{(n - r)!}$$

donde **n** es el número de cosas que puedes elegir, y eliges **r** de ellas
(No se puede repetir, el orden importa)

En nuestro ejemplo n es 10, puesto que tenemos 10 fichas entre las cuales escoger, mientras r es 3 puesto que se deben extraer 3 fichas de las dadas.

$$\frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

Nota: La función factorial es una fórmula matemática representada por el signo de exclamación “!”. En la fórmula Factorial se deben multiplicar todos los números enteros y positivos que hay entre el número que aparece en la fórmula y el número 1.

Es muy fácil, aquí tienes un ejemplo: $7! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 = 5.040$

4.3.3. COMBINACIONES

Una combinatoria se aplica en aquellos experimentos aleatorios donde no se considera la repetición ni tampoco el orden.

EJEMPLO: Se desea escoger dos de los mejores estudiantes para una mención, entre cuatro posibles candidatos, todos con el mismo mérito para ganar la mención. En este caso no existe repetición, ya que un estudiante no puede ganar las dos menciones; ni tampoco existe el orden, ya que al escoger los dos estudiantes no importa si se escoge en primer o segundo lugar.



FORMULA:

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$$

$$\frac{4!}{2!(4-2)!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1 \times 2 \times 1} = \frac{12}{2} = 6$$

donde n es el número de cosas que puedes elegir, y eliges r de ellas
(No se puede repetir, el orden no importa)

Para una mayor comprensión del tema te invito a observar el siguiente video:

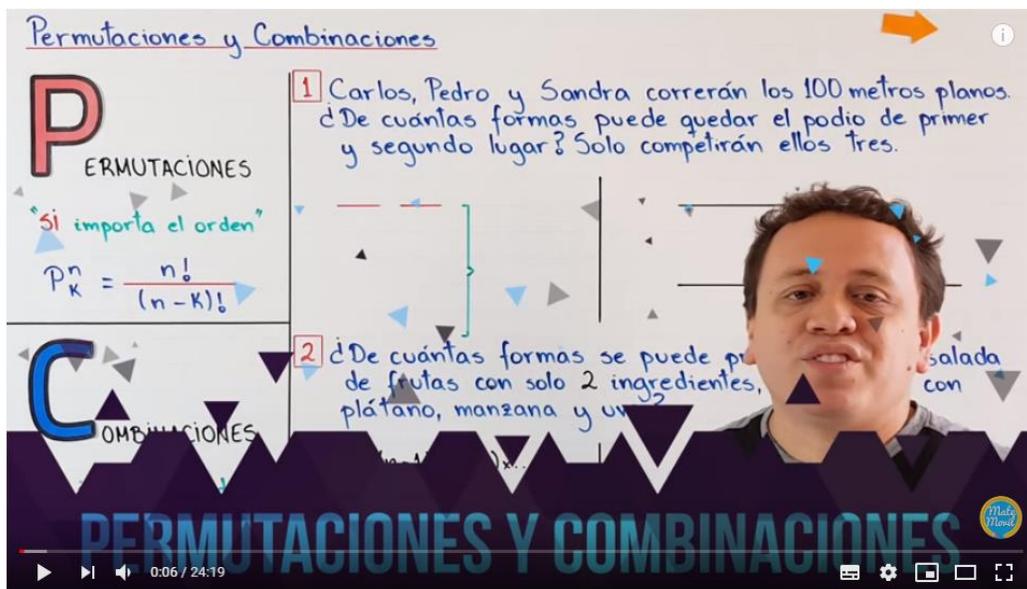


Figura 59

Ver el siguiente video sobre permutaciones y combinaciones
<https://www.youtube.com/watch?v=QXO3u6Ak4rU&t=847s>

4.3.4 TRABAJO PERSONAL 9

1. Un estudiante debe resolver un examen de cinco preguntas. Cada pregunta se debe contestar como verdadera o falsa. ¿De cuántas formas se puede resolver el examen si se contesta al azar?
2. Un nuevo servicio se está ofreciendo a las personas que asisten a las salas del cine del centro comercial. Para comprar la bolea, hay tres cajeros disponibles, cada uno de ellos ofrece dos tipos de boleta: general y primera clase, y dos tipos de combos para disfrutar durante la película. Construir un diagrama de árbol para el experimento llegar al centro comercial a ver una película.
3. ¿De cuántas maneras pueden repartirse 3 premios a un conjunto de 10 personas? Suponiendo que cada persona no puede recibir más de un premio.

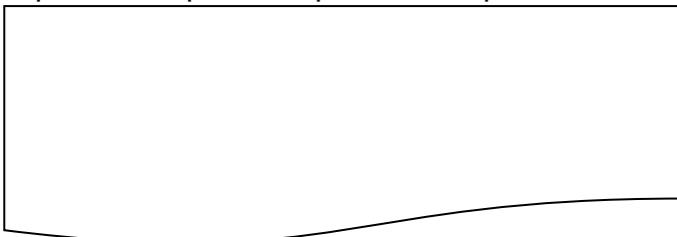


Figura 60



4. ¿Cuántas placas para autos se pueden hacer en nuestro país?

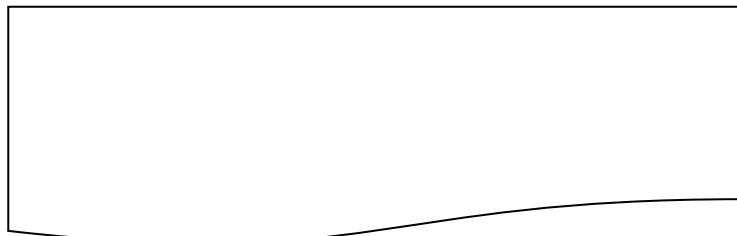


Figura 61

5. ¿Cuántas claves de acceso a una computadora será posible diseñar si debe estar formada de 2 letras seguidas de cinco dígitos? Considere que las letras y los dígitos no pueden repetirse.



Figura 62



6. Una tarjeta de circuito impresa se puede comprar de entre 5 proveedores. ¿De cuántas maneras puede elegirse 3 proveedores?

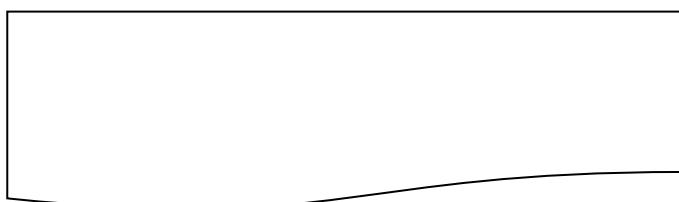
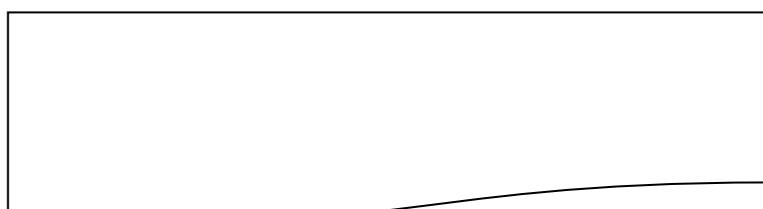


Figura 63

7. Un comité de 4 personas va a ser seleccionado de un grupo de 3 estudiantes de 4to. Año, 4 de 3ro. Y 5 de 2do. Si dos estudiantes de tercero no son elegibles. ¿De cuántas maneras puede seleccionarse el comité con 2 estudiantes de 2do., 1 de 3ro? ¿Y 1 de 4to?



5 EVALUACIÓN Y RETROALIMENTACIÓN:

REJILLA DE EVALUACIÓN Y RETROALIMENTACIÓN	Estratégico Superior (95-100)	Autónomo Alto (80-94)	Resolutivo Básico (70-79)	Pre-formal o Receptivo Bajo (10-69)	Valoración
Planificación del Trabajo /	Realiza uso adecuado de	Usa materiales y recursos	Usa materiales y	Usa materiales y	



Puntualidad	materiales y recursos disponibles, de acuerdo con el procedimiento y plazo establecidos.	disponibles, de acuerdo con el procedimiento y plazo establecidos.	recursos disponibles con cierta dificultad, pero se ajusta al plazo establecido.	recursos disponibles con dificultad, sin ajustarse al plazo establecido.	
Responsabilidad	Asume responsabilidades y comprende las de los demás, valorando el esfuerzo individual y colectivo.	Asume y comprende responsabilidades, reconociendo el esfuerzo individual y colectivo.	Asume y comprende responsabilidades con dificultad, reconociendo el esfuerzo individual y colectivo.	Elude responsabilidades y tiene dificultad para reconocer el esfuerzo individual y colectivo.	
Participación / Actitud	Forma parte activa y armónica de la dinámica grupal, generando propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Forma parte de la dinámica grupal, generando propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Forma parte de la dinámica grupal y realiza con dificultad propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Con dificultad forma parte de la dinámica grupal, sin realizar propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	
Habilidades Sociales	Interactúa con empatía y autocontrol, manteniendo actitud de respeto hacia otros puntos de vista y utilizando diferentes habilidades sociales que contribuyen al desarrollo de actividades.	Interactúa con empatía y autocontrol, manteniendo actitud de respeto hacia otros puntos de vista, lo que contribuye al desarrollo de actividades.	Interactúa con actitud de respeto hacia otros puntos de vista, lo que contribuye al desarrollo de actividades.	Interactúa con dificultad durante el desarrollo de actividades.	
Generación y Presentación de Evidencias	Contribuye de manera activa al alcance de metas, responsabilizándose de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Contribuye al alcance de metas, responsabilizándose de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Contribuye al alcance de metas, pero con dificultad se responsabiliza de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Con dificultad contribuye al alcance de metas, sin responsabilizarse de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	

Observaciones y/o Sugerencias:



6 WEBGRAFIA

http://www.vitutor.net/2/11/moda_media.html

<https://es.scribd.com/doc/54174518/Grado-6-Guia-2-Estadistica-ORGANIZACION-E-INTERPRETACION-DE-DATOS-ESTADISTICOS>

www.vitutor.com/estadistica/descriptiva/a_a.html

<https://es.scribd.com/doc/58484486/EJERCICIOS-SOBRE-INTERPRETACION-DE-GRAFICOS>

<https://numerosracionales.com/operaciones-de-numeros-racionales>

<https://www.disfrutalasmaticas.com/ejercicios/fracciones.php>

http://www.ieszaframagon.com/maticas/4_eso/trigonometria/web/problemas.htm

http://aprende.colombiaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/plan_choco/mat_7_bim3_sem2_est.pdf

Imágenes tomadas de la Web.

<https://es.plusmaths.com/fracciones-propias.html>

<https://www.thatquiz.org/es/preview?c=rurk7626&s=nmwf12>

<https://www.portaleducativo.net/septimo-basico/787/decimales-finitos-e-infinitos>

<https://didactalia.net/comunidad/materiaeducativo/recurso/de-fraccion-a-decimal-maticas-para-1-de/866a0d03-f1ed-4b2e-b3e7-2d55092429b6>

<https://www.portaleducativo.net/sexta-basico/407/Operaciones-con-numeros-decimales>