	COLEGIO PRÍNCIPE SAN CARLOS	Código: FGF-03
	GESTIÓN DE FORMACIÓN	Versión: 01
	GUÍA DE CLASE	Fecha: 15/09/2015

ÁREA: Matemáticas			**DOCENTE:**	
ASIGNATURA: Matemática			**ESTUDIANTE:**	
GRADO: Ciclo IV	**MÓDULO:** 4	**GUIA:** 1	**TIEMPO:**	**FECHA:** ____/ ____ / ____

1. COMPETENCIAS Y CRITERIOS:

COMPETENCIAS	CRITERIOS
• Interpretación y representación. • Formulación y ejecución. • Argumentación.	• Utilizo números reales en sus diferentes representaciones y en diversos contextos. • Resuelvo problemas y simplifico cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales y de las relaciones y operaciones entre ellos. • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Reconoce los diferentes usos y significados de las operaciones (convencionales y no convencionales) y del signo igual (relación de equivalencia e igualdad condicionada) y los utiliza para argumentar equivalencias entre expresiones algebraicas y resolver sistemas de ecuaciones. • Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. • Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias. • Comparo resultados de experimentos aleatorios con los resultados previstos por un modelo matemático probabilístico. • Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). • Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas. • Calculo probabilidad de eventos simples usando métodos diversos (listados, diagramas de árbol, técnicas de conteo). • Uso conceptos básicos de probabilidad (espacio muestral, evento, independencia, etc.).

	COLEGIO PRÍNCIPE SAN CARLOS	Código: FGF-03
	GESTIÓN DE FORMACIÓN	Versión: 01
	GUÍA DE CLASE	Fecha: 15/09/2015

2. TITULO DE LA GUIA

ECUACIONES E INECUACIONES, CUERPOS GEOMÉTRICOS Y PROBABILIDAD

3. SITUACIÓN PROBLEMA

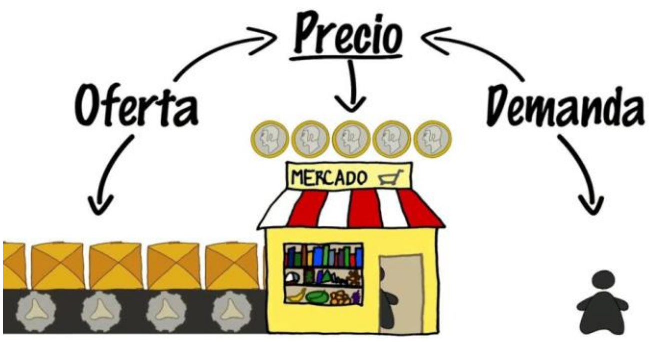
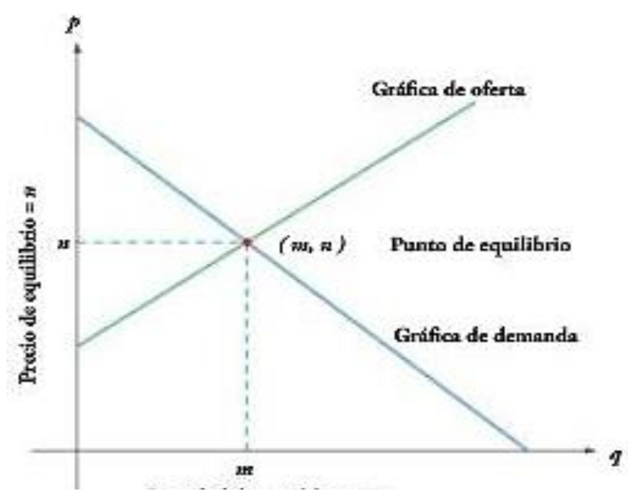


Figura 1

El mercado está constituido por vendedores y compradores. Cada uno de ellos tiene sus expectativas de producción, es decir, la cantidad de bienes o servicios que los vendedores están dispuestos a ofrecer (oferta) y la cantidad de bienes o servicios que los compradores están dispuestos a adquirir (demanda). Estas expectativas generan las funciones de oferta y demanda, que es algunos casos están representadas por gráficas lineales o cuadráticas.

El modelo de oferta y demanda establece que, en condiciones de libre mercado, el precio de un bien determina la cantidad de productos ofrecidos por los productores y la cantidad de productos requeridos por los consumidores. La ley de la oferta indica que, a mayor precio de un bien, mayor será la cantidad que ofrecerán a la venta los productores. Por el contrario, la ley de la demanda establece que cuando más alto sea el precio, los consumidores estarán menos dispuestos a comprar. De esta manera, vendedores y compradores interactúan para determinar el precio final de un bien, es decir, el punto de equilibrio entre la oferta y la demanda.



Gráfica 1

El punto donde se cruzan las gráficas de los modelos de oferta y demanda corresponde al punto de equilibrio del mercado.

Esto significa que la cantidad ofrecida y la cantidad demandada de un bien o producto es la misma, por lo que el precio correspondiente a ese punto es llamado precio de equilibrio. El punto (m, n) en el que se intersecan las dos ecuaciones se denomina punto de equilibrio.

El precio de equilibrio *n* es el precio con el cual los consumidores adquirirán la misma cantidad del producto que los fabricantes estarían dispuestos a producir.

Para encontrar esta coordenada (m, n) se debe conocer las ecuaciones de oferta y demanda para un producto y resolver el sistema de ecuaciones, así se encuentran los valores de equilibrio para la demanda y la oferta.

En una fábrica de jeans las ecuaciones de demanda y oferta para el producto son: $p = -200c + 180.000$ y $p = 40c + 60.000$, respectivamente.

a. Determina el punto de equilibrio
b. ¿Qué significan los valores encontrados?
c. Halla el punto de equilibrio gráficamente.

4. MEDIACIÓN DEL CONOCIMIENTO Y DEL PROBLEMA

4.1. ECUACIONES

4.1.1. ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

Una ecuación es una igualdad entre expresiones algebraicas en donde hay una o más incógnitas. El valor de la incógnita es verdadera cuando la igualdad se cumple.

Ejemplo: $x + 58 = 102$
Si la incógnita tiene el valor de 50. ¿Se cumplirá la igualdad?

$$x = 50$$
$$x + 58 = 102$$
$$50 + 58 \stackrel{?}{=} 102$$
$$108 \neq 102$$

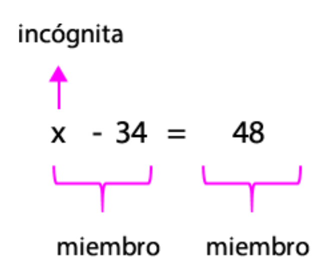
Si el valor de x en la ecuación es de 50 la igualdad es falsa.

Ahora veamos qué pasa si la incógnita tiene el valor de 44.
¿Se cumplirá la igualdad?

$$x = 44$$
$$x + 58 = 102$$
$$44 + 58 \stackrel{?}{=} 102$$
$$102 = 102$$

Si el valor de x en la ecuación es de 44, la igualdad es verdadera, por lo tanto, la solución de la ecuación es 44.

4.1.2. PARTES DE UNA ECUACIÓN



La **incógnita** corresponde al valor desconocido de la ecuación y puede denotarse con cualquier letra, generalmente se utiliza "x".

Los **miembros** son las expresiones que aparecen a cada lado del signo igual (=).

El **grado** es el mayor exponente de la variable o las variables que tiene la ecuación. Esto clasifica las ecuaciones, como:

De primer grado o lineales: Cuando el exponente de todas sus variables es 1.
De segundo grado o cuadráticas: Cuando el mayor exponente de la incógnita es 2.

4.1.3. ¿CÓMO RESOLVER UNA ECUACIÓN DE PRIMER GRADO O LINEALES?

Figura 2 https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8

Resolver una ecuación es encontrar el valor de la incógnita. Para esto debes aplicar la **propiedad uniforme de la igualdad,** esta establece que, si a los miembros de una igualdad se les suma, resta, multiplica o divide entre un mismo número, la igualdad se conserva.

En el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=IHblqjW8RY8 podrá observar cómo solucionar ecuaciones lineales

Es decir, si $m = n$ y a es otro número tal que $n, n, a \in \mathbb{R}$, entonces, se cumple que:

$m + a = n + a$ $\qquad$ $m \cdot a = n \cdot a$

$m - a = n - a$ $\qquad$ $m \div a = n \div a \; con \; a \neq 0$

EJEMPLO: Resolver $x - 68 = 39$

Paso 1: Aplicar la propiedad aditiva de las igualdades.
En ambos miembros de la igualdad se suma el mismo número, de esta manera la igualdad se mantendrá y se despejara la incógnita.

$$\begin{aligned} x - 68 &= 39 \;/\; +68 \\ x - 68 + 68 &= 39 + 68 \end{aligned}$$

Paso 2: Resolver la operatoria en ambos miembros de la ecuación.

$$\begin{aligned} x - 68 &= 39 \;/\; +68 \\ x - 68 + 68 &= 39 + 68 \\ x &= 107 \end{aligned}$$

Paso 3: Verificar si la incógnita puede tener el valor de 107 para que se cumpla la igualdad.

Se reemplaza el valor de 107 en la incógnita.

$$\begin{aligned} x - 68 &= 39 \\ &\downarrow \\ 107 - 68 &= 39 \\ 39 &= 39 \end{aligned}$$

La igualdad se cumple, por lo tanto, la solución es correcta.

EJEMPLO: Resolver $3x - 32 = 65$

Paso 1: Aplicar la propiedad aditiva de la igualdad
En ambos miembros de la igualdad se suma el mismo número, de esta manera la igualdad se mantendrá.

$$\begin{aligned} 3x - 34 &= 65 \;/\; +34 \\ 3x - 34 + 34 &= 65 + 34 \\ 3x &= 99 \end{aligned}$$

Paso 2: Aplicar la propiedad multiplicativa de la igualdad o dividir por el número que multiplica a la incógnita.
Si en ambos miembros de la igualdad se multiplica por el mismo número, la igualdad se mantendrá.

<u>Forma 1</u>

$$\begin{aligned} 3x - 34 &= 65 \;/\; +34 \\ 3x - 34 + 34 &= 65 + 34 \\ 3x &= 99 \;/\; \cdot \frac{1}{3} \\ 3x \cdot \frac{1}{3} &= 99 \cdot \frac{1}{3} \\ x &= 33 \end{aligned}$$

<u>Forma 2</u>

$$\begin{aligned} 3x - 34 &= 65 \;/\; +34 \\ 3x - 34 + 34 &= 65 + 34 \\ 3x &= 99 \;/\; : 3 \\ \frac{3x}{3} &= \frac{99}{3} \\ x &= 33 \end{aligned}$$

Nota:
Para multiplicar fracciones se deben multiplicar los numeradores de la fracciones y los denominadores de las fracciones respectivamente.

$$\frac{3x}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3x}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = x$$

$$99 \cdot \frac{1}{3} = \frac{99}{1} \cdot \frac{1}{3} = \frac{99}{3} = 33$$

Paso 3: Verificar si la incógnita puede tener el valor de 33 para que se cumpla la igualdad.

Se reemplaza el valor de 33 en la incógnita.

$$3x - 34 = 65$$
$$\downarrow$$
$$3 \cdot 33 - 34 = 65$$
$$99 - 34 = 65$$
$$65 = 65$$

La igualdad se cumple, por lo tanto, la solución es correcta.

4.1.4. ACTIVIDAD PERSONAL 1

1. Completa la tabla

Ecuación	Primer miembro	Segundo miembro	Incógnita
$x + 5 = 8$			
$5a = 0$			
$6 = c - 4$			
$12y - 3 = 5y$			

Tabla 1

2. Representa con una ecuación cada balanza en equilibrio

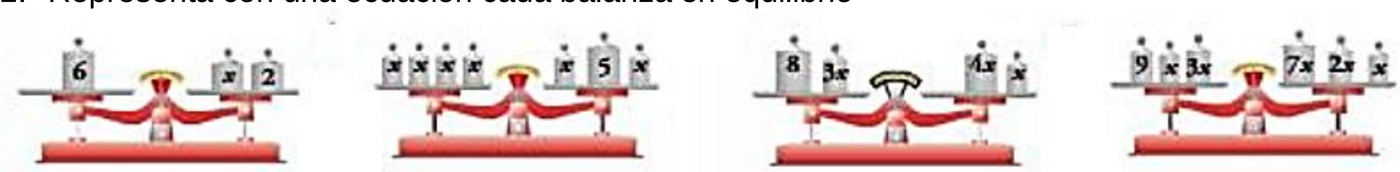


Figura 3

3. Completa

$$3x - 9 = 12$$
$$3x - 9 + \square = 12 + \square$$
$$3x + \square = \square$$
$$\frac{3x}{\square} = \frac{\square}{\square}$$
$$x = \square$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones

   a. $x - 13 = 20$
   b. $m + 50 = -45$
   c. $10 = p - 62$
   d. $r - 6 = \frac{1}{8}$
   e. $\frac{25}{4} + n = -\frac{7}{4}$
   f. $5x - 7 = 2$
   g. $-6m - 18 = -12$
   h. $-88 = 6a - 22$
   i. $-\frac{1}{5} = 65p + 13$
   j. $8{,}5n - 2{,}6 = 0{,}7$

5. Lea, plantea la ecuación y resuelve

   a. La tercera parte de un número más su triple es igual a 20.
   b. Halla la edad de María y la de Luisa, si su suma es igual a 68 y la edad de María es tres veces la de Luisa.
   c. El triple de un número disminuido en 100 es igual a 54.
   d. La tercera parte de un número menos 9 es igual a 81.
   e. Escribir la masa que debe ir en la segunda balanza, si ambas están en equilibrio

Figura 4

4.1.5. ¿CÓMO RESOLVER ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO?

Para resolver ecuaciones de segundo grado o cuadrática se puede realizar por factorización (o también llamado por descomposición en factores) o mediante la fórmula cuadrática $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$. Para realizarlo mediante factorización, es necesario que el trinomio de la forma **$ax^2 + bx + c = 0$** sea factorizable por un término en común o aplicando un producto notable. Para esto,

1° Deberás simplificar la ecuación dada y dejarla de la forma **$ax^2 + bx + c = 0$.**

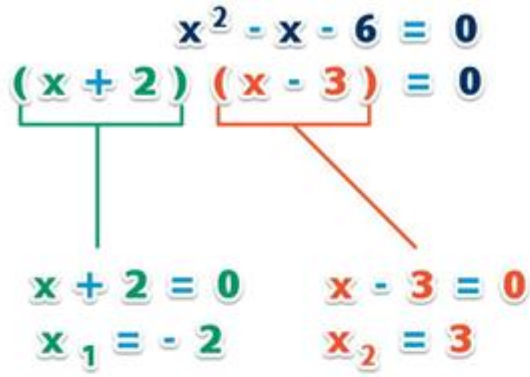
2° Factorizar el trinomio del primer miembro de la ecuación, para obtener el producto de binomios.

3° Igualar a cero cada uno de los factores, esto lo podemos realizar, ya que sabemos que, si un producto es igual a cero, uno de sus multiplicandos o ambos, son iguales a cero. Luego, se resuelven las ecuaciones simples que se obtienen de este modo.

Ejemplo:

a) Resuelve por factorización la ecuación $X^2 - x - 6 = 0$

- En este caso la ecuación se encuentra simplificada, entonces factorizamos e igualamos a cero los factores;



Respuesta: Las raíces de la ecuación son -2 y 3.

b) **Resuelve por la formula cuadrática la ecuación X^2 - x - 6 = 0**

$$\overbrace{1}^{a} x^2 \overbrace{-1}^{b} x \overbrace{-6}^{c} = 0$$

Identificamos los coeficientes: $a = 1, b = -1\ y\ c = -6$

Sustituimos en la ecuación y determinamos los dos valores resultantes:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x_1 = \frac{-(-1)+\sqrt{(-1)^2-4(1)(-6)}}{2(1)} = 3$ y $x_2 = \frac{-(-1)-\sqrt{(-1)^2-4(1)(-6)}}{2(1)} = -2$

Para profundizar como resolver ecuaciones de segundo grado por factorización observa el video https://www.youtube.com/watch?v=zN2g87FK3IA , mientras por formula general, observa el video https://www.youtube.com/watch?v=Q0oM6JPo6UE

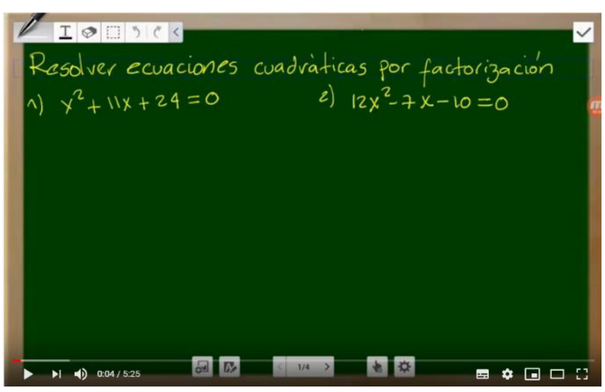


Figura 5 https://www.youtube.com/watch?v=zN2g87FK3IA

*Figura 6*https://www.youtube.com/watch?v=Q0oM6JPo6UE

4.1.6. ACTIVIDAD PERSONAL 2

1. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas aplicando ya sea la factorización o la fórmula general.
   a. $x^2 - 12x + 6 = 0$
   b. $-2x^2 + x - 4 = 0$
   c. $4x^2 - 8x + 3 = 0$
   d. $-6x^2 + 8x - 5 = 0$
   e. $64 - 16x = 32x^2$

2. La altura h (en metros), que alcanzó un balón al lanzarlo hacia arriba, está dada por la expresión $h(t) = -t^2 + 0{,}6t + 0{,}7$, donde t es el tiempo en segundos ¿a los cuántos segundos el balón se encontró a 0,3 metros de altura?

3. La suma de un número y su cuadrado es 30. ¿Cuál número cumple esta condición?

4. Dentro de 11 años la edad de Marcos será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años ¿Cuál es la edad de Marcos?

5. El cuadrado de la suma de un número más 5 unidades es 289 ¿Cuál es el número?

6. Si la altura a (en metros) que alcanza un proyectil lanzado desde el piso a los t segundos de su lanzamiento es $a = -16t^2 + 120t$, ¿Cuánto tiempo gastará en alcanzar los 180 metros?

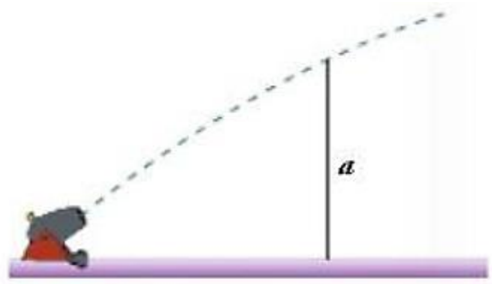


Figura 7

4.2. SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de dos o más ecuaciones de primer grado, en el cual se relacionan dos o más incógnitas.

$$\begin{array}{l|} 2x + 3y = 2 \\ 2x - 2y = 12 \\ \hline \end{array}$$

Ejemplo de sistema de ecuaciones

En los sistemas de ecuaciones, se debe buscar los valores de las incógnitas, con los cuales, al reemplazar, deben dar la solución planteada en ambas ecuaciones.

A cada una de las ecuaciones se les denomina también restricciones o condiciones.

Todo sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, x e y, tiene las siguientes representaciones:

$$\begin{array}{l|} ax - by = c \\ dx + ey = f \\ \hline \end{array} \qquad \begin{cases} ax - by = c \\ dx + ey = f \end{cases} \qquad \left. \begin{array}{l} ax - by = c \\ dx + ey = f \end{array} \right\}$$

Donde **x** e **y** son las incógnitas, y **a,b,c,d,e** y **f** son coeficientes reales ($\mathbb{R}$).

Las incógnitas establecidas en un sistema representan el punto donde se intersectan las rectas en un plano cartesiano (x,y).

Para mayor comprensión acerca de que son los sistemas de ecuaciones lineales, ingresar al siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=oQQfG1zIPMc

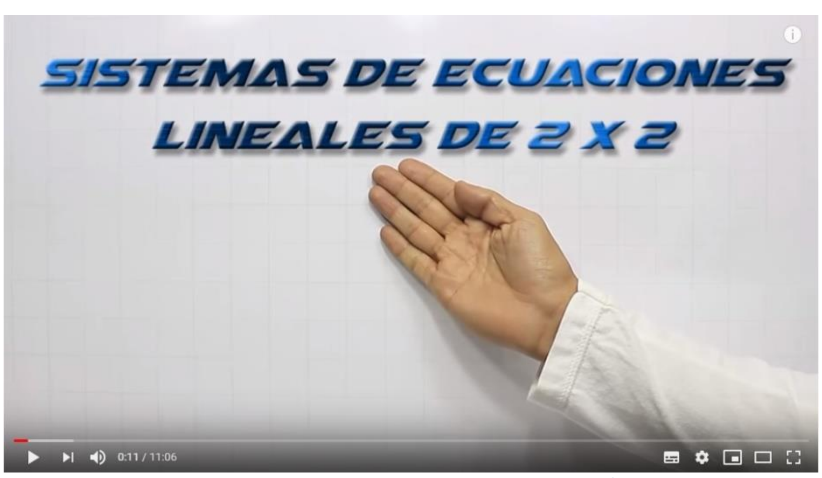


Figura 8 https://www.youtube.com/watch?v=oQQfG1zIPMc

4.2.1. MÉTODOS DE RESOLUCIÓN ALGEBRAICA PARA SISTEMAS DE ECUACIONES.

4.2.1.1. REDUCCIÓN

Consiste en **igualar** los coeficientes de una misma incógnita en ambas ecuaciones y, enseguida, **sumar** o **restar** las ecuaciones, de modo que se eliminen los términos cuyos coeficientes se igualaron.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 7 \\ 2x + y &= 14 \end{aligned}$$

Paso 1. Igualaremos una de las incógnitas del sistema. En este caso, nosotros empezaremos igualando la incógnita **y**. Para ello, multiplico la segunda ecuación por 2, quedando **4x+2y= 28**

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 7 \\ 2x + y &= 14 \quad / \cdot 2 \ \textit{Multiplico por dos} \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{aligned} 3x - 2y &= 7 \\ 4x + 2y &= 28 \end{aligned}$$

Paso 2. Ahora, sumamos o restamos (según se requiera) los términos semejantes, para reducir (eliminar) el término con coeficiente común.

$$\begin{aligned} 3x - \cancel{2y} &= 7 \\ 4x + \cancel{2y} &= 28 \end{aligned}$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$7x - 0y = 35$$

Luego, resuelvo la ecuación, quedando así x=5, ya que:

$$7x = 35 \quad \cdots\cdot \ \textit{despejamos la incógnita x}$$

$$x = \frac{35}{7}$$

$$\boxed{x = 5}$$

Ya tenemos el valor de una de las incógnitas. Para identificar el otro valor, debemos reemplazar en una de las ecuaciones el valor que obtuvimos de **x**. en este caso:

$$3x - 2y = 7 \quad \cdots\cdot \ \textit{Escogemos una de las ecuaciones}$$

$$(3 \cdot 5) - 2y = 7 \quad \cdots\cdot \ \textit{Remplazamos el valor obtenido de “x”}$$

$$15 - 2y = 7$$

$$-2y = 7 - 15$$

$$-2y = -8 \quad / \cdot -1$$

$$y = \frac{8}{2}$$

$$\boxed{y = 4}$$

Por lo tanto la solución a nuestro sistema de ecuaciones es → S: **(5, 4)**

Para mayor comprensión de la solución de sistemas de ecuaciones mediante reducción ingresar al video: https://www.youtube.com/watch?v=Cr83w2j401k

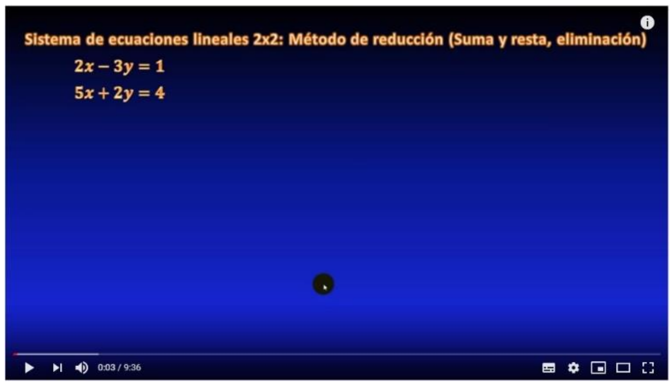


Figura 9 https://www.youtube.com/watch?v=Cr83w2j401k

4.2.1.2. SUSTITUCIÓN

Consiste en despejar una incógnita de una de las ecuaciones y sustituirla en otra ecuación.
Ejemplo:

$$\begin{array}{l} 10x + 15y = 410 \\ x + y = 34 \end{array}$$

Primero, despejaremos cualquiera de las incógnitas de esta ecuación. Nosotros escogeremos despejar x en la segunda ecuación. Para ello, moveremos todos los términos que no sean x hacia el otro lado de la igualdad.

$$x = 34 - y$$

Conociendo el valor de x, sustituimos en la **otra ecuación**:

$$\begin{aligned} 10(34-y) + 15y &= 410 \\ 340 - 10y + 15y &= 410 \\ -10y + 15y &= 410 - 340 \\ 5y &= 70 \\ y &= \frac{70}{5} \\ \boxed{y = 14} \end{aligned}$$

Una vez conocemos el valor de la otra incógnita (en este caso, y), sustituimos en la ecuación:

$$\begin{aligned} x &= 34 - (14) \\ \boxed{x = 20} \end{aligned}$$

Solución: (20,14)

Para mayor comprensión de la solución de sistemas de ecuaciones mediante método de sustitución ingresar al video: https://www.youtube.com/watch?v=gS8IRvCDXGg

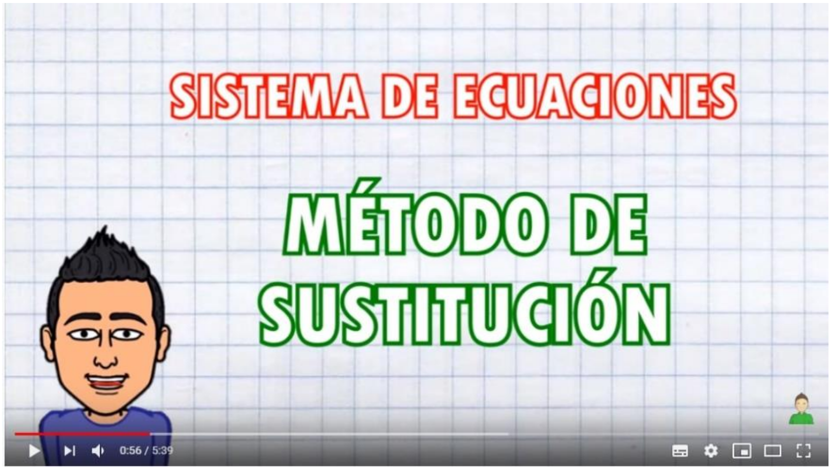


Figura 10 https://www.youtube.com/watch?v=gS8IRvCDXGg

4.2.1.3. IGUALACIÓN

Consiste en despejar la misma variable de ambas ecuaciones del sistema. Una vez despejada, se igualan los resultados, despejando la única variable que queda.

Ejemplo:

$$\begin{array}{l} 2x + y = 50 \\ 4x - 5y = 30 \end{array}$$

1°Debemos despejar cualquiera de las incógnitas de la ecuación. En este caso, nosotros optamos por despejar y.

$$y = 50 - 2x \quad \text{.... Primera ecuación}$$

$$y = \frac{(30 - 4x)}{(-5)} \quad \text{.... Segunda ecuación}$$

2° Se igualan las expresiones obtenidas: y = y

$$50 - 2x = \frac{(30-4x)}{(-5)}$$

Pasamos el denominador al otro lado de la igualdad multiplicando.

$$-5\,(50 - 2x) = 30 - 4x$$

3° Ahora, se resuelve la ecuación resultante, que tiene una incógnita:

$$\begin{array}{c} -250 + 10x = 30 - 4x \\ 10x + 4x = 30 + 250 \\ 14x = 280 \\ x = \dfrac{280}{14} \\ \boxed{x = 20} \end{array}$$

Una vez identificado el valor de "x", reemplazamos en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

$$\begin{array}{c} 2x + y = 50 \\ 2(20) + y = 50 \\ 40 + y = 50 \\ y = 50 - 40 \\ \boxed{y = 10} \end{array}$$

Solución: (20,10)

Para mayor comprensión de la solución de sistemas de ecuaciones mediante método de igualación ingresar al video: https://www.youtube.com/watch?v=8l0hIX9XLCs

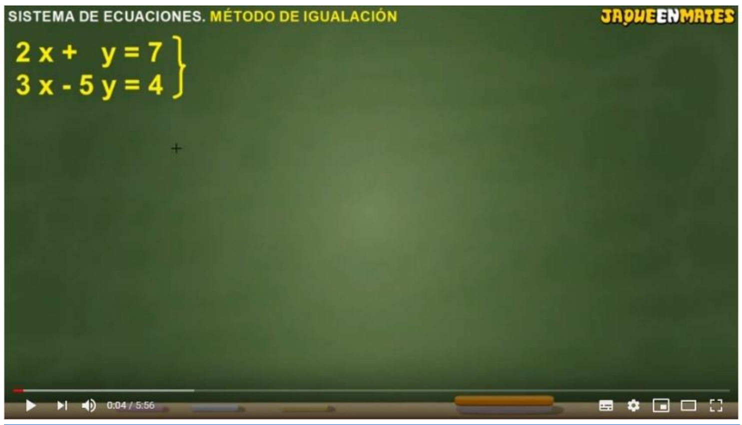
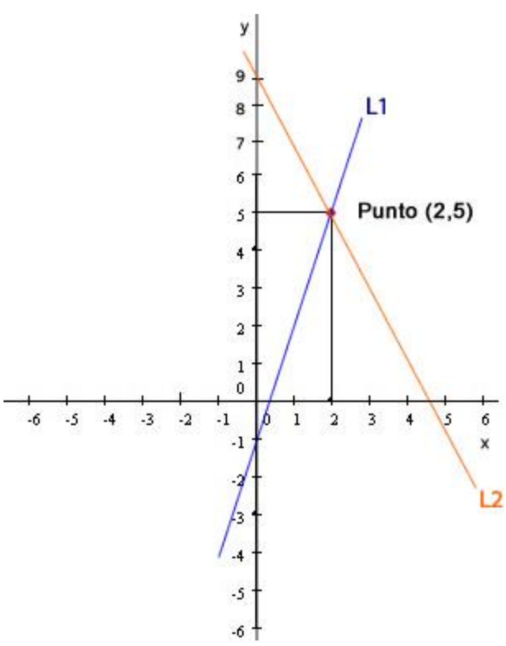


Figura 11 https://www.youtube.com/watch?v=8l0hIX9XLCs

4.2.2. TIPOS DE SISTEMAS

Existen 3 tipos de sistemas de ecuaciones: Los **sistemas equivalentes**, los **sistemas sin solución o incompatibles**, y los **sistemas con infinitas soluciones o compatible indeterminado**.

a) SISTEMAS EQUIVALENTES



Gráfica 2

Son aquellos que se caracterizan por tener una única solución a partir de dos incógnitas. En el plano cartesiano, se representan al formarse rectas secantes (solo un punto en la recta).
Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 3x - y &= 1 \\ 2x + y &= 9 \end{aligned}$$

Realizando las operaciones de suma y resta, se obtiene:

$$5x = 10$$

$$\boxed{x = 2}$$

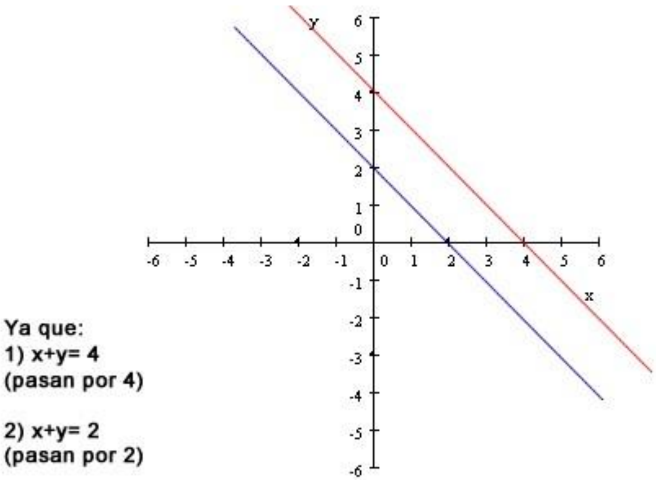
Remplazando:

$$\begin{aligned} 3(2) - y &= 1 \\ 6 - y &= 1 \\ -y &= -5 \quad /\cdot -1 \\ \boxed{y} &\boxed{= 5} \end{aligned}$$

S (2,5)

b) SISTEMA INCOMPATIBLE:

Son aquellos sistemas en donde no hay ninguna solución posible. En el plano cartesiano, se representan con rectas paralelas (ningún punto).



Gráfica 3

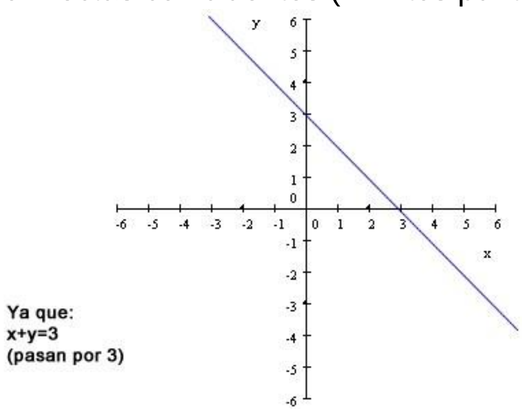
Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 4 \\ x + y = 2 \end{array}\right|$$

En el ejemplo anterior, podemos observar que dos ecuaciones iguales dan como resultado un número distinto. Esto quiere decir que las ecuaciones no tienen resultados en común, ya que, si los tuviese, el resultado de ambas ecuaciones sería el mismo.
En el plano cartesiano, las ecuaciones se representarían de una forma independiente. Se obtienen dos rectas paralelas (no se intersecan). Por lo tanto, el sistema **no tiene solución**.

c) SISTEMAS COMPATIBLE INDETERMINADO:

Son aquellos sistemas en donde existen **infinitas soluciones**. En el plano cartesiano, se representa con rectas coincidentes (infinitos puntos).



Gráfica 4

Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 2y = 6 \\ x + \ \ y = 3 \end{array}\right|$$

En este caso, podemos observar que las ecuaciones de este sistema son exactamente iguales, ya que 2x+2y=6 es lo mismo que x+y=3, pero amplificado por 2. Esto quiere decir, que cualquier punto de la recta es la solución del sistema.
Por lo tanto:

4.2.2.1. ¿CÓMO IDENTIFICAR CADA SISTEMA?

Identificar un sistema es muy sencillo. Para hacerlo, debes tener en cuenta las siguientes consideraciones:

$$\left.\begin{array}{l} ax - by = c \\ dx + ey = f \end{array}\right|$$

- Si la multiplicación entre a y e, y la multiplicación entre b y d dan valores **distintos**, significa que el sistema es **equivalente**.
- Si la multiplicación entre a y e, y la multiplicación entre b y d dan valores **iguales**, significa que el sistema o es **incompatible**, o **es un sistema compatible indeterminado**. Para identificarlo, debemos tener en cuenta las siguientes consideraciones:

a) Si la multiplicación entre **b** y **f**, y la multiplicación entre **c** y **e** dan valores **distintos**, significa que el sistema es **incompatible**.
b) Si la multiplicación entre **b** y **f**, y la multiplicación entre **c** y **e** dan valores **iguales,** significa que el sistema es **compatible indeterminado.**

4.2.3. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON SISTEMAS DE ECUACIONES.

Para resolver problemas en los que se plantee un sistema de ecuaciones, debemos seguir estos pasos:
1.º Leer atentamente el enunciado, e identificar las incógnitas.

2.º Traducir el enunciado en varias ecuaciones.
3.º Resolver el sistema e interpretar la solución.

Ejemplo:
La suma de la edad de dos niños es 4 años. Si la edad del primero sumada al triple de la edad del segundo es 10 años. ¿Qué edad tiene cada niño?
Pasos:
1.º Leer atentamente el enunciado, e identificar las incógnitas.→ **Números pedidos, x e y**
2.º Traducir el enunciado en varias ecuaciones.
La suma de la edad de dos niños es 4 años → x + y = 4
la edad del primero sumada al triple de la edad del segundo es 10 años → x + 3y = 10.
3.º Resolver el sistema e interpretar la solución.
x+y = 4
x+3y = 10
Utilizamos el método de reducción
Respuesta: Las edades son: 1 y 3 años

4.2.4. ACTIVIDAD PERSONAL 3

1. Resuelve por el método de reducción los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} 6x-5y=-9 \\ 4x+3y=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7x-15y=1 \\ -x-6y=8 \end{cases}$

2. Resuelve por el método de sustitución los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x+3y=6 \\ 5x-2y=13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x+7y=-1 \\ -3x+4y=-24 \end{cases}$

3. Resuelve por el método de igualación los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x+6y=27 \\ 7x-3y=9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-2y=-2 \\ 5x+2y=-60 \end{cases}$

4. La edad de Carla es el doble que la edad de Macarena. Hace diez años la suma de las edades era igual a la edad que tiene hoy Carla. ¿Cuál es la edad de cada una en la actualidad?

5. Dos estantes contienen en total 40 libros. Al traspasar 5 libros de un estante a otro, resulta que uno queda con el triple del otro. ¿Cuántos libros había originalmente en cada estante?

6. Encuentra las edades de dos hermanos sabiendo que al mayor le faltan dos años para tener cinco veces la edad actual del menor y que si el mayor tuviera seis años menos tendrían la misma edad.

4.3. INECUACIONES

Una inecuación es una desigualdad en la que hay una incógnita. Además, indica si una expresión es mayor o menor que otra.

En estas relaciones se utilizan los siguientes símbolos;

$<$ *menor que*
$>$ *mayor que*
$\leq$ *menor o igual que*
$\geq$ *mayor o igual que*

Ejemplo:

Los valores que puede tener la incógnita para que se cumpla la desigualdad es 1 y 2.

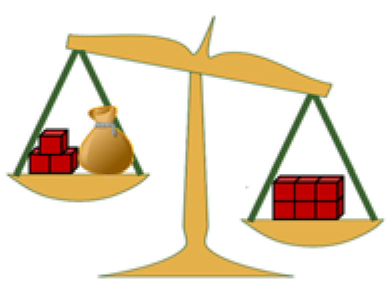
$5 > x + 2$

$5 > 3$

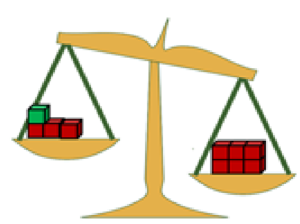
$5 > 4$

Ejemplo:

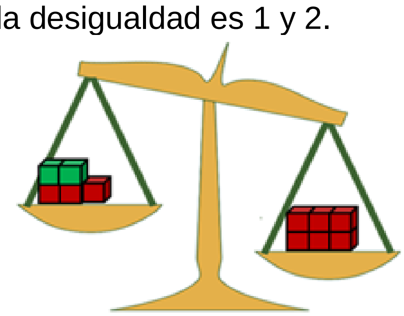
Los valores que puede tener la incógnita para que se cumpla la desigualdad es 1 y 2.



$3 + x < 6$



$3 + x < 6 \quad 3+1 < 6 \quad 4 < 6$



$3 + x < 6 \quad 3+2 < 6 \quad 5 < 6$

Si la incógnita tiene el valor de 3 ya no se cumple la desigualdad y la expresión se transforma en una **ecuación o igualdad.**

Todas ellas son **desigualdades** a las que llamamos **inecuaciones**. La solución de cada una de estas inecuaciones es un conjunto de valores que hace que la desigualdad sea cierta. Al igual que en una ecuación, hay una incógnita, pero esta puede tener más de un valor.

Para solucionar una inecuación o desigualdad, debemos tener en cuenta las siguientes propiedades:

4.3.1. PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES

Las desigualdades tienen las siguientes propiedades;

a. TRANSITIVIDAD DE LA DESIGUALDAD:

Si **a**, **b** y **c** son números reales se cumple que;

- *Si* $a < b$ *y* $b < c$*, entonces en este caso,* $a < c$

Como puedes ver, se puede afirmar que, si un número es **menor** que un segundo número, y el segundo es **menor** que un tercero, entonces el primero número es **menor** que el tercero.
En este sentido, si vemos los otros signos de una desigualdad, se cumple que;

- Si $a > b$ y $b > c$, entonces, $a > c$
- Si $a \leq b$ y $b \leq c$, entonces, $a \leq c$
- Si $a \geq b$ y $b \geq c$, entonces, $a \geq c$

b. SUMA O RESTA DE UNA MISMA CANTIDAD:

Si se suma o resta un mismo número real a ambos miembros de una desigualdad, resulta una desigualdad en el mismo sentido que la dada. Es decir;

- Si $a < b$ y $c \in \mathbb{R}$, entonces;

$$a + c < b + c$$

$$a - c < b - c$$

c. MULTIPLICACIÓN O DIVISIÓN POR UNA MISMA CANTIDAD POSITIVA:

Si ambos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un mismo número real **POSITIVO**, resulta una desigualdad en el **MISMO SENTIDO** que la dada. Es decir;

- Si $a < b$ y $c \in \mathbb{R}^+$, entonces;

$$a \cdot c < b \cdot c$$

$$\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$$

d. MULTIPLICACIÓN O DIVISIÓN POR UNA MISMA CANTIDAD NEGATIVA:

Si ambos miembros de una desigualdad se multiplican o dividen por un mismo número real **NEGATIVO**, resulta una desigualdad de **DISTINTO SENTIDO** que la dada. Es decir;

- Si $a < b$ y $c \in \mathbb{R}^-$, entonces;

$$a \cdot c > b \cdot c$$

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

Resolver una inecuación es hallar los valores de la incógnita que satisfacen la inecuación dada. Para esto, se aplican las propiedades de las desigualdades.

La solución de una inecuación se representa en forma de intervalo como se muestra en la siguiente tabla.

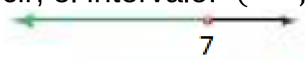
Solución	Lectura	Intervalo	Representación de la recta
$x > a$	Números mayores que a	(a, ∞)	a
$x < a$	Números menores que a	$(-\infty, a)$	a
$x \geq a$	Números mayores o iguales que a	$[a, \infty)$	a
$x \leq a$	Números menores o iguales que a	$(-\infty, a]$	a

Tabla 2

Ejemplo de suma

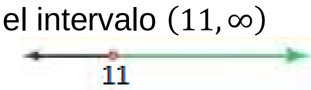
Paso 1:
x+6 <13 /-6 Se resta 6 a ambos lados de la desigualdad y se despeja la incógnita.
Paso 2:
x+6 -6 <13 -6 Se realizan las operaciones en ambos lados de la desigualdad.

Paso 3:
x+0< 7 x< 7 La solución es x < 7, esto quiere decir que los valores de la incógnita deben ser menores que 7.
Solución: (…,0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6), es decir, el intervalo: $(-\infty, 7)$



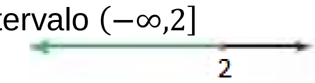
Ejemplo de resta

Paso 1:
x-8 > 3 /+8 Se suma 8 a ambos lados de la desigualdad y se despeja la incógnita.
Paso 2:
x-8+8>3+8 Se realizan las operaciones en ambos lados de la desigualdad.
Paso 3:
x+0 >11 x>11 La solución es x > 11, esto quiere decir que los valores de la incógnita deben ser mayores que 11.
Solución: (12, 13, 14, 15…), es decir, el intervalo $(11, \infty)$



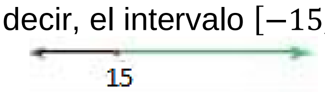
Ejemplo de multiplicación

Paso 1:
-9x≥ -18 /-9 Se divide en -9 a ambos lados de la desigualdad y se despeja la incógnita.
Paso 2:
-9x÷-9≤-18÷-9 Se realizan las operaciones en ambos lados de la desigualdad y en vista de que se está dividiendo por un número negativo, la desigualdad se cambia de dirección.
Paso 3:
X≤2 La solución es x ≤2, esto quiere decir que los valores de la incógnita deben ser menores o iguales que 2.
Solución: (…,-1,0,1, $2]$, es decir, el intervalo $(-\infty,2]$



Ejemplo de división

Paso 1:
$\frac{x}{-3} \leq 5$ /-3 Se multiplica en -3 a ambos lados de la desigualdad y se despeja la incógnita.
Paso 2:
$\frac{x}{-3} \cdot -3 \geq 5 \cdot -3$ Se realizan las operaciones en ambos lados de la desigualdad y en vista de que se está multiplicando por un número negativo, la desigualdad se cambia de dirección.
Paso 3:
x≥ -15 La solución es $x \geq -15$, esto quiere decir que los valores de la incógnita deben ser mayores o iguales que -15.
Solución: $[-15, -16, -17, -17, \ldots)$ es decir, el intervalo $[-15,\infty)$



Para afianzar tus conocimientos ver el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=y9vDsarVxtg

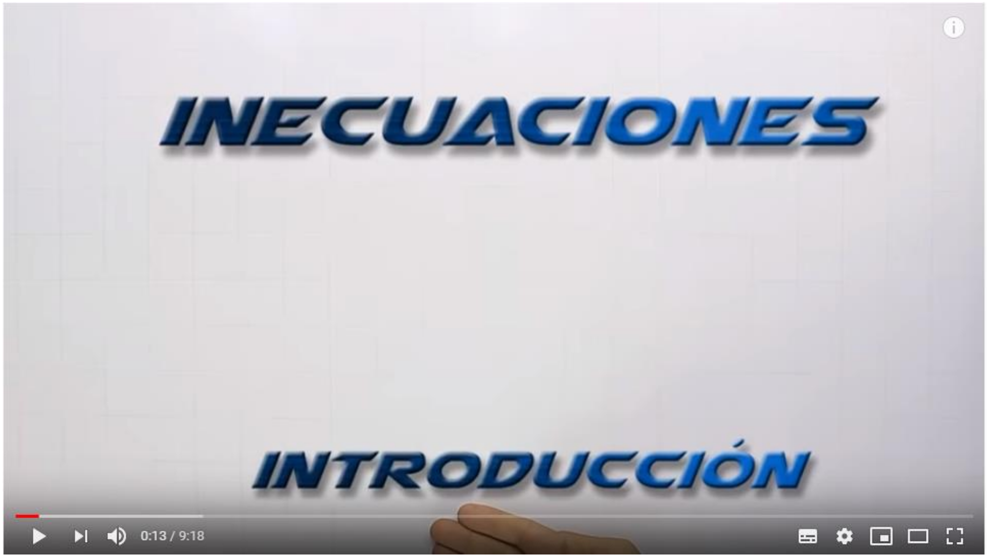


Figura 12 https://www.youtube.com/watch?v=y9vDsarVxtg

4.3.2. ACTIVIDAD PERSONAL 4

1. Completa la tabla

Desigualdad	Intervalo	Recta numérica
$x \geq -3$		
	$[9, \infty)$	
		$-\frac{1}{8}$
	$(-\infty, -7]$	
		-8
		1
	$\left(-\infty, -\frac{11}{3}\right]$	
$\frac{5}{6} > m$		

Tabla 3

2. Escribe en forma de desigualdad cada uno de los siguientes enunciados y represéntalos como desigualdad y en la recta

   a. La edad de María es mayor o igual que la edad de Andrés y Andrés tiene 20 años.
   b. La ración de proteínas de origen animal que una persona debe consumir diariamente no debe ser menor del 20%.
   c. La temperatura del horno no debe sobrepasar los 350°C.
   d. El doble de las fichas que tengo más 4 fichas no llega a 100.
   e. El perímetro del triángulo no debe exceder de 200 cm.
   f. La mínima cantidad de cuotas que se pueden pagar por el equipo de sonido es 12.
   g. El doble de un número es menor que 12.
   h. Dos más el triple de un número es a lo más 11

3. Plantea la desigualdad y resuelve y representa la solución como una desigualdad y en la recta

   a. Dentro de 20 años la edad de María será menor que 54 años ¿Qué edad como máximo tiene María?
   b. El triple de un número estero es menor que la mitad del número. Si el número es mayor que -4 ¿Qué números satisfacen esas condiciones?

c. La mitad del precio de un producto es mayor que $55.000 ¿Cuánto cuesta como mínimo el producto?
d. La cuarta parte de un número es mayor que su doble aumentado en 10 ¿Qué números enteros mayores que -9 cumplen esas condiciones?

4.4. CUERPOS GEOMETRICOS

Figura 13

4.4.1. CUERPOS REDONDOS

4.4.1.1. CILINDRO

Un cilindro recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un rectángulo alrededor de uno de sus lados. La recta en la que se sitúa el lado sobre el que gira se denomina eje de rotación y el lado paralelo a él es la generatriz. En un cilindro distinguimos la superficie lateral y dos bases que son dos círculos iguales. La altura del cilindro es la distancia entre las dos bases. En un cilindro recto la altura y la generatriz miden lo mismo.

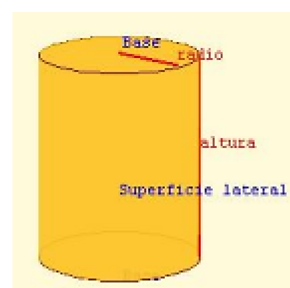
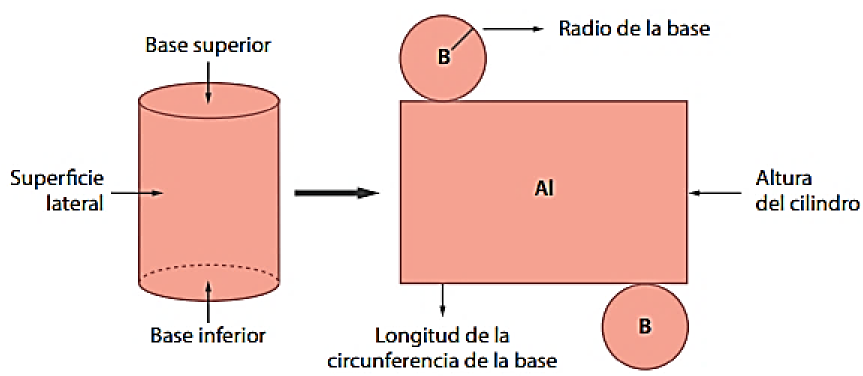


Figura 14

El volumen es igual al área de la base (círculo) por altura

$$\boxed{V = \pi . r^2 . h}$$

Área lateral: $A_L = (2\pi r)h = 2\pi rh$



Área total: $A_T = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r)$

Figura 15

Para comprender mejor el tema, visualizar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=GnWJnQ3_o5I

Figura 16 https://www.youtube.com/watch?v=GnWJnQ3_o5I

4.4.1.2. CONO

Un cono recto es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de los catetos. La recta en la que se sitúa el lado sobre el que gira se denomina eje de rotación y la hipotenusa es la generatriz. En un cono distinguimos la superficie lateral y la base que es un círculo. El punto donde convergen las generatrices es el vértice. Generación del cono La altura del cono recto es la distancia del vértice a la base.

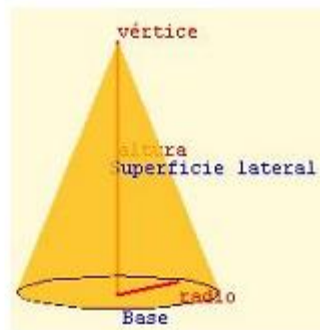


Figura 17

El volumen es igual a la tercera parte del área de la base (círculo) por la altura del cuerpo

$$\boxed{V = \frac{\pi . r^2 . h}{3}}$$

El área lateral es: $A_{lateral} = 2\pi r g$

"g" es la generatriz (segmento que une el vértice con la base)
Pero: $g = \sqrt{r^2 + h^2}$

Para comprender mejor el tema, visualizar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=e3eFmCe4H9o

Figura 18 https://www.youtube.com/watch?v=e3eFmCe4H9o

4.4.1.3. ESFERA

La esfera es un cuerpo de revolución que se obtiene al girar un semicírculo (o un círculo) alrededor del diámetro. La recta en la que se sitúa éste es el eje de revolución y la semicircunferencia la generatriz

Volumen de la esfera $= \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Superficie lateral de la esfera = $4.\pi.r^2$

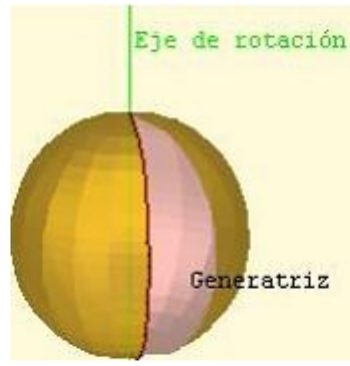


Figura 19

Para comprender mejor el tema, visualizar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=dvJiJrZf_U8

Figura 20 https://www.youtube.com/watch?v=dvJiJrZf_U8

4.4.1.4. ACTIVIDAD PERSONAL 5

a. El volumen de un cilindro es 320π cm3 y su altura es 5 cm. Calcule su área lateral.
b. Encuentre el volumen de un cilindro generado por la rotación de un rectángulo de 4 cm por 10 cm alrededor de su lado menor.
c. En una fábrica se va a construir una lata cilíndrica de aluminio para colocar su producto. La altura del cilindro debe ser de 10 pulgadas y el área superficial total igual a 112π pulgadas cuadradas. Determine el radio de la lata cilíndrica.
d. Un cono de radio 6 cm tiene un área total de 156π cm2. Encontrar su volumen
e. Se funde un cilindro metálico de radio 6 y altura 18 cm. Con el material resultante se construye un cono de radio 7 cm. Encontrar la altura del cono
f. El diámetro de un cilindro mide 5 centímetros, y su altura, el triple del radio. Calcular la superficie lateral.
g. Se echan 7 cm^3 de agua en un recipiente cilíndrico de 1,3 cm de radio. ¿Qué altura alcanzará el agua?
h. ¿Cuántas copas se pueden llenar con 6 litros de refresco, si el recipiente cónico de cada copa tiene una altura interior de 6,5 cm y un radio interior de 3,6 cm?
i. En un cono recto el radio de la base mide 8 cm y la altura 15 cm. Calcula: a) El área de la base. b) El área lateral. c) El área de todo el cono. d) El volumen del cono.

4.4.2. POLIEDROS

4.4.2.1. PRISMA

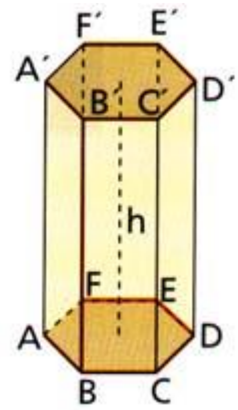


Figura 21

El prisma regular es un cuerpo geométrico limitado por 2 polígonos regulares, llamados bases, y por tantos rectángulos como lados tenga la base.

Se nombran diciendo PRISMA y el nombre del polígono de la base. Ejemplo: Prisma hexagonal.

Podemos hallar el área lateral, área total y volumen de este cuerpo geométrico, utilizando las siguientes formulas:

ÁREA LATERAL: AL =P. h

Es decir, el área lateral es igual al perímetro del polígono de la base multiplicado por la altura (h) del prisma)

ÁREA TOTAL: AT =AL + 2.Ab

Es decir, el área total es igual al área lateral más el área de los polígonos de las 2 bases

VOLUMEN: V = Ab. h

Es decir, el volumen es igual al área del polígono de la base multiplicado por la altura (h) del prisma

Ejemplo: Calcula el área lateral, el área total y el volumen de un prisma pentagonal sabiendo que su altura mide 9 cm.; el lado de la base son 2cm y la apotema de la base 1,5 cm.

Solución:

$$A_L = \text{Perimetro poligono base} \times \text{altura} = (5\times 2)\times 9 = 90\ \text{cm}^2$$

$$A_T = A_L + \text{Areas bases} = A_L + 2\times(P\times \text{apotema}) = 90 + 10\times 1{,}5 = 105\ \text{cm}^2$$

$$V = \text{area base} \times \text{altura} = (5\times 1{,}5)\times 9 = 67{,}5\ \text{cm}^3$$

Para comprender mejor el tema, visualizar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=Vdnctp4PMUI

Figura 22 https://www.youtube.com/watch?v=Vdnctp4PMUI

	COLEGIO PRÍNCIPE SAN CARLOS	Código: FGF-03
	GESTIÓN DE FORMACIÓN	Versión: 01
	GUÍA DE CLASE	Fecha: 15/09/2015

4.4.2.2. PIRÁMIDE

La pirámide regular es un cuerpo geométrico limitado por un polígono regular, llamado base, y por tanto triángulos como lados tenga la base. Se nombran diciendo PIRÁMIDE y el nombre del polígono de la base. Ejemplo: Pirámide cuadrangular

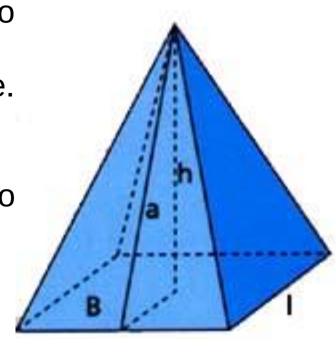


Figura 23

Podemos hallar el área lateral, área total y volumen de este cuerpo geométrico, utilizando las siguientes formulas:

ÁREA LATERAL: **AL = P. a/2**

El área lateral es igual al perímetro del polígono de la base multiplicado por la altura de una cara lateral (a) de la pirámide y dividido entre 2

ÁREA TOTAL: **AT = AL + Ab**

El área total es igual al área lateral más el área de polígono de la base

VOLUMEN: **V = Ab. h/3**

El volumen es igual al área del polígono de la base multiplicado por la altura (h) de la pirámide y dividido entre 3

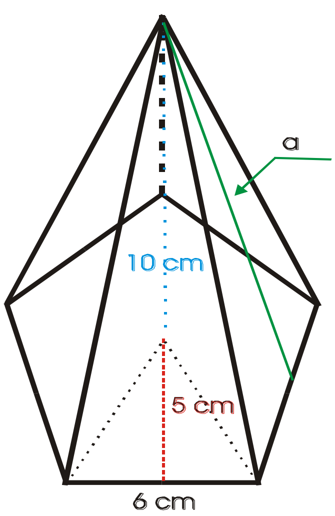


Figura 24

Ejemplo: Calcular el área lateral, total y volumen de un prisma pentagonal sabiendo que cada lado del pentágono mide 6 cm, que la altura es 10 cm y la apotema de la base mide 5 cm.

Solución: Para calcular el área lateral, tenemos que calcular el área de un triángulo y multiplicarlo por cinco.

Desconocemos el valor de a, que es la apotema en los triángulos. Lo podemos calcular, pues a es la hipotenusa en un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 5 cm y 10 cm respectivamente.

$$a = \sqrt{10^2 + 5^2} = \sqrt{125} = 11{,}18 \text{ cm}$$

$$A_L = \frac{30 \times 11{,}18}{2} = 167{,}7\ cm^2$$

$$A_b = \frac{30 \times 5}{2} = 75\ cm^2$$

$$V = \frac{75 \times 10}{3} = 250 cm^3$$

Para comprender mejor el tema, visualizar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=bs0SzSxPyTo

Figura 25 https://www.youtube.com/watch?v=bs0SzSxPyTo

4.4.2.3. ACTIVIDAD PERSONAL 6

1. Las figuras representan jardineras. ¿En cuáles de ellas hay que echar más tierra para que se llenen?

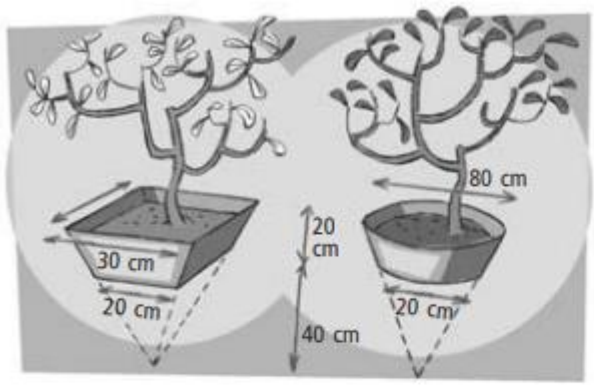


Figura 26

2. Calcula cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito de la figura si se echan 85 litros por minuto.

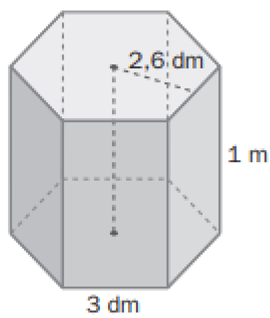


Figura 27

3. Fernando va a construir con cartón la maqueta de un museo, donde cada sala tendrá forma piramidal. Si la apotema de la pirámide mide 9.3 cm y su base es un hexágono regular de 4 cm de lado, ¿Qué cantidad de cartón necesitará para construir la maqueta?

4.5. PROBABILIDAD Y CONJUNTOS

4.5.1. CONJUNTOS Y EVENTOS

Un conjunto es una agrupación de elementos que, en algunos casos, tienen una característica común. Los conjuntos se utilizan para definir los conceptos básicos de la teoría de la probabilidad. Así, en un experimento aleatorio se define el espacio muestral como el conjunto de posibles resultados y se define evento como cualquier subconjunto del espacio muestral.

Ejemplo: Si el experimento aleatorio consiste en lanzar dos dados, se tendría que el espacio muestral S es:

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1)(1,2)(1,3)(1,4)(1,5)(1,6) \\ (2,1)(2,2)(2,3)(2,4)(2,5)(2,6) \\ (3,1)(3,2)(3,3)(3,4)(3,5)(3,6) \\ (4,1)(4,2)(4,3)(4,4)(4,5)(4,6) \\ (5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(5,5)(5,6) \\ (6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)(6,6) \end{Bmatrix}$$

Este espacio muestral es equivalente al conjunto universal U. Es decir, cualquier situación o resultado de este experimento aleatorio estará dentro del conjunto universal.

En forma similar, cualquier subconjunto de ese conjunto universal, que para nuestro caso es el espacio muestral, recibe el nombre de evento.

Ejemplo 1: resultados en los cuales la suma de los dados es 6.

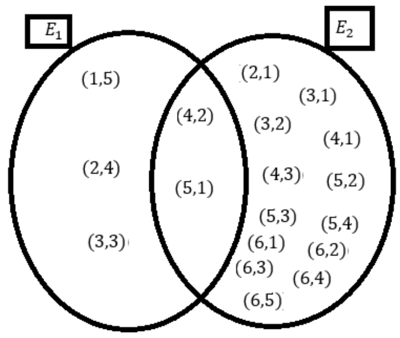
$$E_1 = \{(1,5)\ (2,4)(3,3)(4,2)(5,1)\}$$

Ejemplo 2: resultados donde el resultado del dado uno sea mayor que el resultado del dado dos.

$$E_2 = \{(2,1)(3,1)(3,2)(4,1)(4,2)(4,3)(5,1)(5,2)(5,3)(5,4)(6,1)(6,2)(6,3)(6,4)(6,5)\}$$

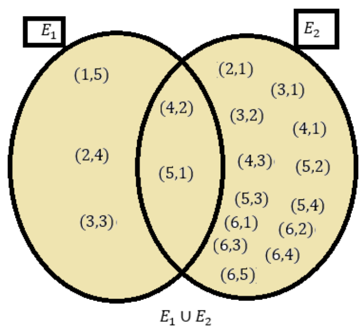
Ya que los eventos de un espacio muestral pueden ser considerados como conjuntos, es posible aplicar a un grupo de eventos todas las operaciones y propiedades que cumplen los conjuntos. Además, todos los eventos de un espacio muestral pueden ser representados como conjuntos en el diagrama de Venn.

Ejemplo: Para el caso de los dos eventos anteriormente hallados, el diagrama de Venn es:

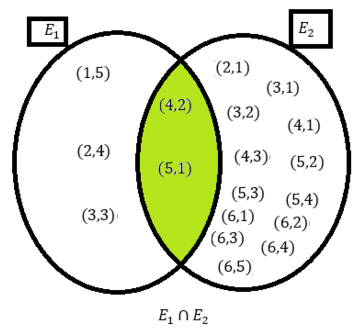


Gráfica 5

Y la unión e intersección de estos eventos son:



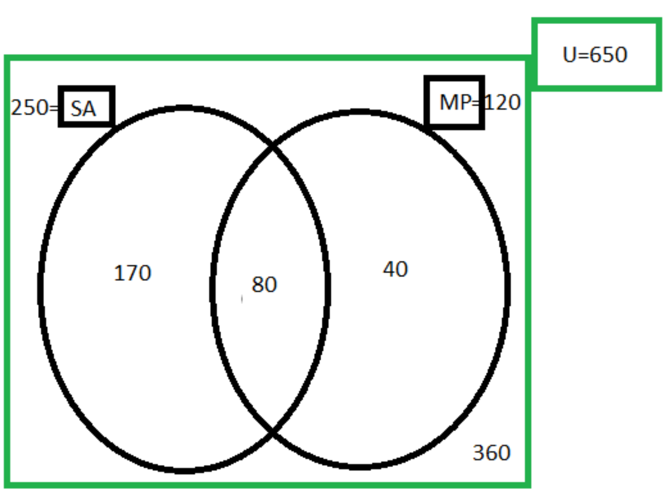
Gráfica 6



Gráfica 7

Ejemplo: El departamento de salud de una institución educativa está interesado en conocer cuántos de sus estudiantes adquirieron el seguro contra accidentes y cuántos tienen, además de una EPS, un servicio de medicina prepagada. En total 650 estudiantes tienen servicio EPS, de los cuales:

250 tomaron el seguro contra accidentes
120 tiene servicio de medicina prepagada
80 tienen seguro contra accidentes y media prepagada



Gráfica 8

La representación gráfica de la situación es la siguiente:

En el diagrama se pueden identificar diferentes eventos:

- $SA \cup MP = 290$ consiste en los estudiantes que tienen seguro contra accidentes, medicina prepagada o ambas.
- $SA \cap MP = 80$ consiste en los estudiantes que tienen seguro contra accidentes y medicina prepagada.
- $SA - MP = 170$ consiste en los estudiantes que tienen únicamente seguro contra accidentes.
- $MP - SA = 40$ consiste en los estudiantes que tienen únicamente medicina prepagada.

- $(SA \cup MP)^c = 360$ consiste en quienes únicamente tienen EPS, no tienen seguro contra accidentes ni medicina prepagada.

4.5.2. PROBABILIDAD Y CONJUNTOS

Los conjuntos y los eventos de un espacio verifican operaciones y propiedades similares. Así, partiendo de esta relación es posible hallar la probabilidad de ocurrencia de un evento dentro de un espacio muestral.

La probabilidad de ocurrencia de un evento dentro de un espacio muestral está dada por la expresión:

$$P = \frac{\#(E)}{\#(S)}$$

Donde $\#(E)$ es el número de elementos del evento y $\#(S)$ es el número de elementos del espacio muestral.

Algunas probabilidades de la probabilidad son:

- Como $\#(E) \leq \#(S)$ la probabilidad de un evento siempre será un número entre 0 y 1.
- Si E es un evento del espacio muestral, entonces $P(E^C) = 1 - P(E)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Ejemplo: Del ejemplo anterior:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar este haya tomado el seguro contra accidentes?

$$P(SA) = \frac{250}{650} = 0{,}38 = 38\%$$

b. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar ese tenga únicamente medicina prepagada?

$$P(MP - SA) = \frac{40}{650} = 0{,}06 = 6\%$$

c. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar ese tenga seguro contra accidentes y medicina prepagada?

$$P(MP \cap SA) = \frac{80}{650} = 0{,}12 = 12\%$$

d. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar este tenga medicina prepagada, seguro contra accidentes, pero no ambas?

$$P(SA \Delta MP) = \frac{210}{650} = 0{,}32 = 32\%$$

e. ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar un estudiante al azar este no tenga medicina prepagada ni haya tomado el seguro contra accidentes?

$$P(MP \cup SA)^C = \frac{360}{650} = 0{,}55 = 55\%$$

Para comprender un poco más el tema, le invito a observar el siguiente video:
https://www.youtube.com/watch?v=F2NXiSwU9hU

Figura 28 https://www.youtube.com/watch?v=F2NXiSwU9hU

4.5.3. ACTIVIDAD PERSONAL 7

1. Un experimento aleatorio consiste en lanzar dos dados y examinar los resultados de las caras superiores.
   a. Determina el espacio muestral de dicho experimento aleatorio.
   b. Escribe los elementos de los siguientes eventos:
      A: Los números de las caras visibles sean iguales.
      B: El número del primer dado es menor que el número del segundo dado.
      C: Los números de las caras visibles son pares.
      D: Los números de las caras visibles son impares.
   c. Representa en un diagrama de Venn los conjuntos:
      $A\ y\ B$ $\quad$ $A, B\ y\ C$ $\quad$ $A - C$ $\quad$ $C \cup D$ $\quad$ $B \cap C$ $\quad$ $D - B$

2. Sea M el evento que consiste en que la suma de los puntos de las caras visibles de los dados es 8 y N el evento que consiste en que el número del primer dado es mayor que el número del segundo dado. Halla la probabilidad de que, al seleccionar un resultado al azar, la suma de los números sea 8 y el número del segundo dado sea mayor que el número del segundo dado. Justifica tu respuesta.

3. En una encuesta aplicada a 30 empresarios que asistieron a un foro internacional sobre nuevas tecnologías, se encontró que 15 de ellos hablaban español; 18, inglés; 8, español e inglés, y el resto no hablaba ninguno de los dos idiomas. Todas las encuestas fueron puestas en una bolsa para elegir una de ellas al azar, de tal forma que la persona que haya diligenciado la encuesta elegida recia una beca para un curso de actualización en tecnología.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona becada hable español?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada hable solo inglés?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada hable español e inglés?
   d. ¿Cuál es la probabilidad de que la persona seleccionada no hable inglés?

4. En un club campestre hay 700 socios de los cuales 229 practican golf; 300, tenis y 218, equitación. Se sabe además que 92 juegan golf y tenis; 69, golf y equitación y 106, tenis y equitación.

   Por último, hay 42 socios que ejercitan los tres deportes y 178 que practican solo deportes diferentes a los mencionados.

   a. Define los conjuntos determinados en la situación y elabora un diagrama de Venn que muestre la cantidad de socios por deporte.

   El club está rifando un premio entre todos los socios por su fidelidad. Halla la probabilidad de que el premio lo gane un socio que:

   b. Juegue tenis
   c. Juegue golf
   d. Practique equitación
   e. Juegue tenis o golf
   f. Juegue tenis o equitación, pero no golf
   g. Practique un deporte diferente a la equitación
   h. Juegue golf, practique equitación, pero no juegue tenis.
   i. Juegue exclusivamente tenis
   j. Practique algo diferente a golf o equitación
   k. Practique algo diferente a tenis o equitación

5. EVALUACIÓN Y RETROALIMENTACIÓN:

REJILLA DE EVALUACIÓN Y RETROALIMENTACIÓN	Estratégico Superior (95-100)	Autónomo Alto (80-94)	Resolutivo Básico (70-79)	Pre-formal o Receptivo Bajo (10-69)	Valoración

Planificación del Trabajo / Puntualidad	Realiza uso adecuado de materiales y recursos disponibles, de acuerdo con el procedimiento y plazo establecidos.	Usa materiales y recursos disponibles, de acuerdo con el procedimiento y plazo establecidos.	Usa materiales y recursos disponibles con cierta dificultad, pero se ajusta al plazo establecido.	Usa materiales y recursos disponibles con dificultad, sin ajustarse al plazo establecido.	
Responsabilidad	Asume responsabilidades y comprende las de los demás, valorando el esfuerzo individual y colectivo.	Asume y comprende responsabilidades, reconociendo el esfuerzo individual y colectivo.	Asume y comprende responsabilidades con dificultad, reconociendo el esfuerzo individual y colectivo.	Elude responsabilidades y tiene dificultad para reconocer el esfuerzo individual y colectivo.	
Participación / Actitud	Forma parte activa y armónica de la dinámica grupal, generando propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Forma parte de la dinámica grupal, generando propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Forma parte de la dinámica grupal y realiza con dificultad propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	Con dificultad forma parte de la dinámica grupal, sin realizar propuestas que mejoran el aprendizaje cooperativo.	
Habilidades Sociales	Interactúa con empatía y autocontrol, manteniendo actitud de respeto hacia otros puntos de vista y utilizando diferentes habilidades sociales que contribuyen al desarrollo de actividades.	Interactúa con empatía y autocontrol, manteniendo actitud de respeto hacia otros puntos de vista, lo que contribuye al desarrollo de actividades.	Interactúa con actitud de respeto hacia otros puntos de vista, lo que contribuye al desarrollo de actividades.	Interactúa con dificultad durante el desarrollo de actividades.	
Generación y Presentación de Evidencias	Contribuye de manera activa al alcance de metas, responsabilizándose de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Contribuye al alcance de metas, responsabilizándose de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Contribuye al alcance de metas, pero con dificultad se responsabiliza de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	Con dificultad contribuye al alcance de metas, sin responsabilizarse de sus aportes en la presentación y sustentación de evidencias.	

Observaciones y/o Sugerencias:

6. BIBLIOGRAFIA Y/Ò WEBGRAFÌA

En la Web:
http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf
https://www.geogebra.org/?lang=es
https://sites.google.com/site/iniciacionestadistica/tecnicas-de-muestreo
https://www.elespectador.com/entretenimiento/medios/asi-se-comporto-la-audiencia-televisiva-en-colombia-este-jueves-13-de-diciembre-articulo-829151
http://www.matematicatuya.com/NIVELACION/ALGEBRA/S2.html
https://www.portaleducativo.net/primero-medio/50/graficos-estadisticos

Textos:

- ✓ SANTILLANA; Hipertexto Santillana 8 Matemáticas, Editorial Santillana S.A.: 2010, Bogotá Colombia.
- ✓ SANTILLANA; Hipertexto Santillana 9 Matemáticas, Editorial Santillana S.A.: 2010, Bogotá Colombia.